

Grado: DÉCIMO      Período: SEGUNDO      FECHA: Del 29 de Septiembre al 30 de Octubre del 2020

ASIGNATURA: MATEMÁTICA

DOCENTE: LIGIA MARITZA RAMOS GARAVITO

TÍTULO DE LA GUIA: **FUNCIÓN TRIGONOMÉTRICA**

DBA

• Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones.

**ESTÁNDARES DE COMPETENCIA**

• Usará argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.  
• Describirá y modelo fenómenos periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas.

**CONTENIDO TEMÁTICO**

Funciones trigonométricas      Graficas de las funciones trigonométricas

**ACTIVIDADES**

SEMANA	Actividades, metodología recursos	fecha	Aspectos a ser evaluados
1 y 2	Representación de las funciones trigonométricas con diferente Amplitud.	Del 29 de Septiembre al 16 de Octubre	Entrega del trabajo puntualmente. Desarrollo de la guía sobre Representación gráfica de las funciones trigonométricas con diferente Amplitud y Traslación de gráficas de las funciones trigonométricas en el plano coordenado, siguiendo el paso a paso e indicaciones propias de la guía, usar letra, trazos claros y argumentar respuestas.
3 y 4	Traslación de gráficas de las funciones trigonométricas en el plano coordenado	Del 19 de Octubre al 30 de Octubre	Participación en las sesiones de asesoría, modalidad no presencial, para el desarrollo de la guía. Evidencias del trabajo.

ASIGNATURA: ESTADÍSTICA

DOCENTE: FABIO RENÉ QUICAZÁN B.

TÍTULO Experimentos aleatorios y espacios muestrales determinados.

**1. COMPETENCIAS PLANEACION DEL PERIODO**

Propone y realiza experimentos aleatorios en contextos de las ciencias naturales o sociales y predice la ocurrencia de eventos, en casos para los cuales el espacio muestral es indeterminado  
predice la ocurrencia de eventos, en casos para los cuales el espacio muestral es indeterminado

**2. CONTENIDO TEMATICO**

Experimentos aleatorios.  
Ocurrencia de eventos.  
Espacio muestral indeterminado

**3. ACTIVIDADES.**

QUINCEANA	Actividades, metodología recursos	fecha	Aspectos a ser evaluados
1	Leer y analizar la información propuesta en la guía en lo correspondiente a probabilidad experimentos aleatorios y resuelve los ejercicios propuestos.	29 de septiembre Al 16 de Oct	1. Debe realizar las actividades descritas en el cuaderno de estadística 2. El trabajo debe ser presentado con buena letra y de forma ordenada, debe tener un aspecto agradable, si enmendaduras ni tachones.
2	Realimentación, nivelación de la actividad y finalización de la guía de trabajo.	Del 19 al 30 de Oct.	3. Debe ser presentado en la fecha establecida

**4. OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES.**

Para el desarrollo de cada una de las actividades planteadas en esta guía es necesario que realices una lectura juiciosa y comprensiva, adicionalmente debes tener una actitud de trabajo, de interés, de responsabilidad, adecuar un lugar y unos tiempos muy claros para el trabajo en la asignatura de matemática y estadística. Si por alguna razón no tiene su cuaderno debe presentarlo en hojas marcadas con nombre completo, fecha y curso.

# MATEMÁTICA

## Introducción

Es común notar que la trigonometría y en especial sus representaciones, en la mayoría de los casos, se ven relacionadas solo con líneas ondulantes, triángulos rectángulos, ángulos y demás. Sin embargo, nuestro alrededor está íntimamente relacionado con estas líneas ondulantes, estos triángulos y aquellos ángulos, la realidad es que no lo notamos.

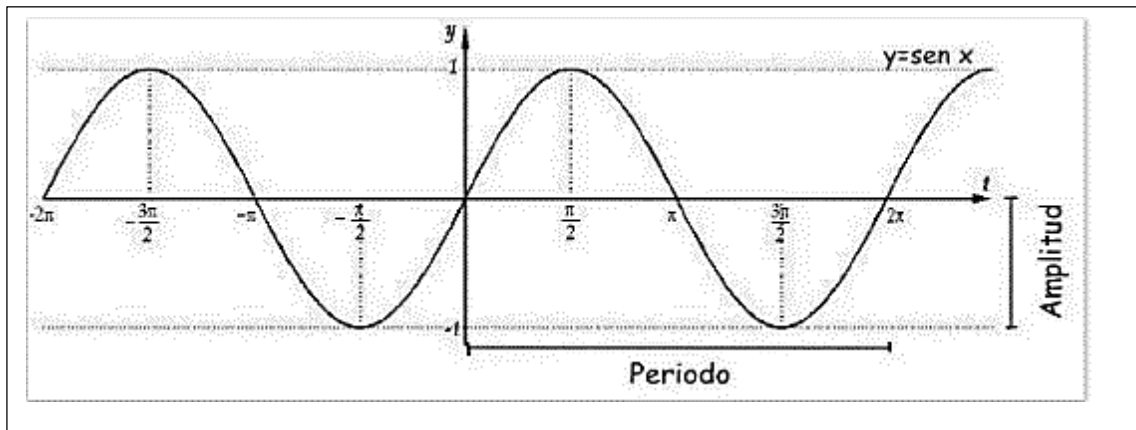
Problemas de mecánica clásica, la construcción de juegos para consolas, algunos juegos de mesa como el billar, el cálculo de distancias en un mapa y demás, son solo algunos ejemplos en los cuales la trigonometría nos ofrece valiosos aportes. Quizás los ejemplos más latentes de este juego de aplicaciones se encuentran en la topografía; en ella es común usar las funciones trigonométricas con la intención de hallar alturas de edificios a partir de la base y el ángulo de inclinación que tenga, o incluso a partir de la sombra que este proyecta.

Es así como cada cierto tiempo algunos topógrafos se encargan de determinar la altura de la torre de Pisa la cual en principio tenía 55m aproximadamente; hacia 1990 su altura se calculó en 46m con un ángulo de elevación de  $54^\circ$  a la punta de la torre (información tomada de [http://www.academia.edu/6123267/15\\_Funciones\\_trigonometricas\\_en\\_la\\_vida\\_cotidiana.\\_Notafrancesco\\_doc](http://www.academia.edu/6123267/15_Funciones_trigonometricas_en_la_vida_cotidiana._Notafrancesco_doc)). Es así, como gracias a la función seno y coseno se logró determinar el ángulo de inclinación y el desplazamiento de la torre, respectivamente.

De lo anterior se tiene que las funciones trigonométricas nos proporcionan información acerca del comportamiento de algún objeto, sus características, las gráficas que generan al relacionarse entre ellos, y los cambios que presentan al considerarse distintas variables, etc. Te invitamos a conocer mucho más de los atributos de las funciones, a partir de una serie de recursos que se te irán mostrando y la aplicación misma en distintas situaciones.

### Actividad: Uso de la graficación

1. La siguiente gráfica modela la función  $f(x)=\text{sen}(x)$ . Con base a la gráfica responde las preguntas planteadas a continuación



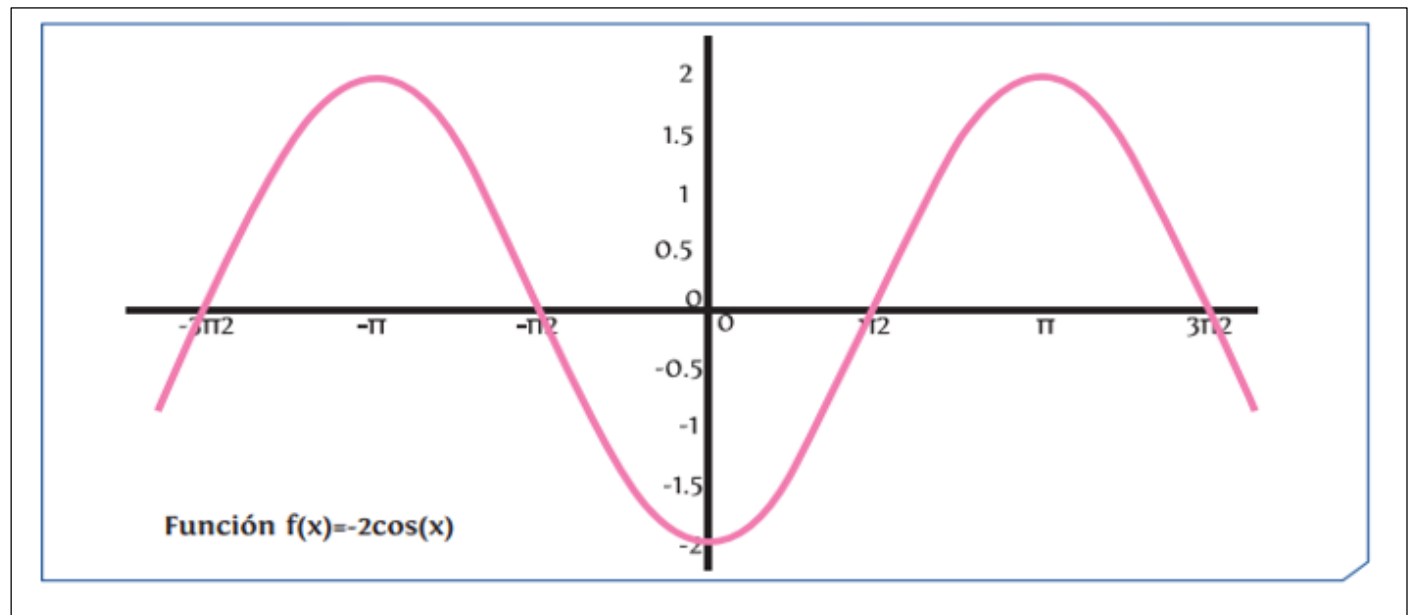
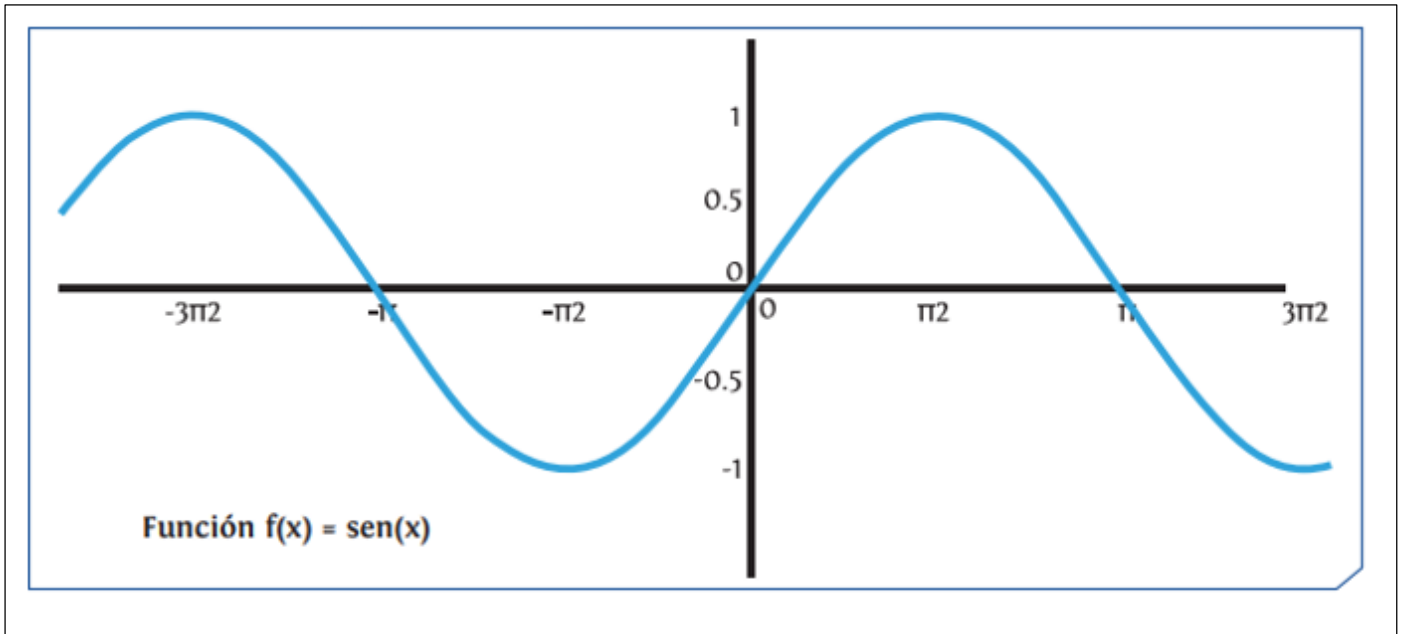
- a. ¿Cuáles son los elementos que conforman el recorrido de la función? Se llama recorrido, rango o Imagen de la función al conjunto de valores que puede tomar la variable dependiente, es decir, los valores que toma "y"

- b. ¿Cuáles son los elementos que conforman el dominio de la función? Se llama dominio de la función de una función  $f(x)$  es el conjunto de todos los valores para los cuales la función está definida, es el conjunto de salida.

- c. De acuerdo al nombre de esta actividad Uso de la graficación ¿cuál es la importancia de graficar funciones trigonométricas?

Actividad 1: Reconocimiento.

Observa las siguientes ilustraciones:



a. ¿Cuál es la distancia entre el eje de simetría y el valor máximo de la función? *Eje de simetría = eje x.*

b. ¿Cuál es la distancia entre el eje de simetría y el valor mínimo de la función? *Eje de simetría = eje x.*

c. ¿Qué relación hay entre la amplitud de la función  $f(x) = \text{sen}(x)$  y los elementos que conforman el recorrido de la función?

d. Teniendo en cuenta la función  $g(x)=-2\cos(x)$ , ¿qué relación hay entre la amplitud de la función y su expresión algebraica?

**Ahora vamos a graficar!!!!** Recuerda para graficar debemos tabular

e. Grafica la función  $h(x)=\frac{1}{2}\sin(x)$

TABLA #1

x- grados	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°	165°	180°	195°	210°	225°
x- radianes		$\frac{\pi}{12}$		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$						$\pi$			$\frac{5\pi}{4}$
Y= $\frac{1}{2}\sin x$																

f. Gráfica la función  $t(x)=3\cos(x)$

TABLA #2

x- grados	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°	165°	180°	195°	210°	225°
x- radianes		$\frac{\pi}{12}$		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$				$\frac{5\pi}{6}$		$\pi$	$\frac{13\pi}{12}$		
Y= $3\cos x$																

Con las gráficas ya construidas responde para cada una, lo siguiente

**g.** ¿Cuál es la amplitud de la función?

$h(x) = \frac{1}{2} \text{sen}(x)$	$t(x) = 3\text{cos}(x)$
------------------------------------	-------------------------

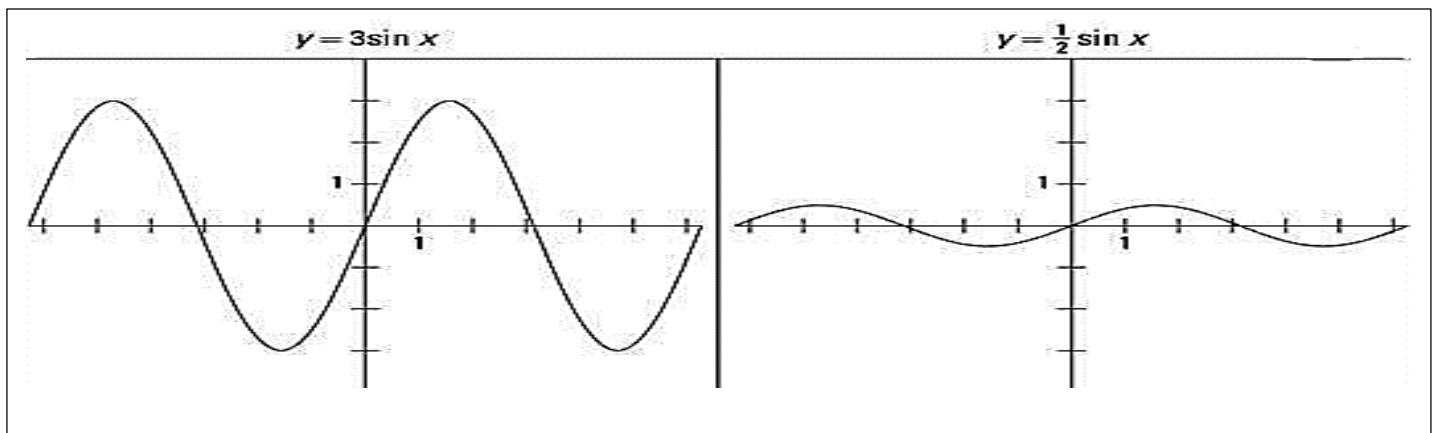
**h.** ¿Cuáles son los elementos que conforman el recorrido de tal función?

$h(x) = \frac{1}{2} \text{sen}(x)$	$t(x) = 3\text{cos}(x)$
------------------------------------	-------------------------

**i.** ¿Cuál es el dominio de cada función?

$h(x) = \frac{1}{2} \text{sen}(x)$	$t(x) = 3\text{cos}(x)$
------------------------------------	-------------------------

**Vamos a concluir!** Observa las siguientes gráficas y su expresión matemática, identificando en ella cuál es la que permite que se modifique la amplitud.



Actividad 2: Desplazando verticalmente funciones trigonométricas.

a. Grafica la función  $y = \text{cos } x$ , y en el mismo plano, pero usando otro color para su trazo, gráficas:  $y = 3 + \text{cos } x$ ;  $y = 5 + \text{cos } x$ ;  $y = 7 + \text{cos } x$

Puedes tabular o hacer uso de geogebra, o haz uso de una calculadora graficadora u otra aplicación para graficar.

**Si tabulas puedes hacerlo en la siguiente tabla**

x- grados	0°	30°	45°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°	300°	330°	360°
x- radianes			$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$						
Y= cos x														
y= 3+ cos x														

$y = 5 + \cos x$														
$y = 7 + \cos x$														

b. ¿Qué ocurre si sumas un valor a la función?

**Puedes verificar que ocurre también al sumar un valor al ángulo!!!!**

c. ¿Qué ocurre si sumas un valor al ángulo de una función?

$$y = \tan \left( x + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$y = \tan (x + 2\pi)$$



OBJETIVO: predice la ocurrencia de eventos, en casos para los cuales el espacio muestral es determinado.

### Experimentos y sucesos aleatorios

Un hombre deja caer, al tiempo una pelota y un dado ¿En cuál de los casos se podría determinar lo que sucederá?

En el caso de la pelota se sabe de anteaño lo que va a pasar, tocará el suelo y rebotará. Incluso se puede determinar mediante leyes físicas cuánto tiempo tardará en caer y la velocidad con la que legará al suelo. En cambio, si se lanza un dado cubico, el resultado dependerá del azar o de la suerte. No es posible saber de antemano cuál resultado se obtendrá, aunque se conozcan los casos posibles.

Un experimento es determinista cuando es predecible su resultado. Es aleatorio cuando:

- Se puede realizar tantas veces como se quiera.
- No se puede predecir el resultado concreto antes de realizarlo.

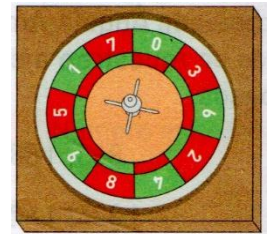
### Espacio muestral

El espacio muestral E, es el conjunto formado por todos los resultados posibles de un experimento aleatorio.

#### Ejemplo 1.

Para elegir el ganador de un sorteo, se utiliza una ruleta que tiene diez compartimientos numerados del 0 al 9.

- Aunque se repita muchas veces la experiencia, jamás se podrá predecir el resultado. Es un experimento aleatorio.
- Los posibles resultados que se pueden obtener son:  
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.



#### Ejemplo 2.

Se lanza un dado cuyas seis caras se distribuyen así: dos caras de color azul, dos caras de color rojo y dos caras de color verde. Se espera que caiga sobre una cara y se anota el resultado de la cara superior. El espacio muestral E de este experimento es:

$$E = \{\text{azul, azul, rojo, rojo, verde, verde}\}$$

### Sucesos o eventos aleatorios

Un suceso o evento es cualquier subconjunto del espacio muestral.

Algunos aspectos a tener en cuenta de los sucesos aleatorios son:

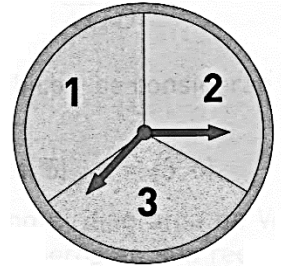
- Un suceso simple está formado por un solo resultado.
- Un suceso compuesto está formado por más de un resultado
- El espacio muestral E, también se llama suceso seguro
- El suceso imposible es el que no se realiza nunca. Se representa con el símbolo  $\emptyset$ .
- El espacio de sucesos de un experimento aleatorio está formado por todos los sucesos asociados a ese experimento.

#### Ejemplo 3:

a. El experimento aleatorio "lanzar una moneda" está formado por los sucesos elementales  $\{C\}$  y  $\{X\}$ , el suceso imposible  $\emptyset$  y el suceso seguro  $\{C, X\}$ . Así, hay cuatro sucesos en total:  $\emptyset, \{C\}, \{X\}, \{C, X\}$ .

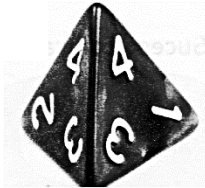
b. Si se hace girar la ruleta de la derecha, los sucesos del experimento son en total ocho.

- Suceso imposible:  $\emptyset$
- Sucesos elementales:  $\{1\}$
- Sucesos compuestos:  $\{1, 2\}$ ,
- Suceso seguro:  $E = \{1, 2, 3\}$ .



c. Al lanzar un dado tetraédrico como el de la derecha, el espacio de sucesos es:

- Suceso imposible:  $\emptyset$
- Sucesos elementales:  $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
- Sucesos compuestos:  $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 2, 4\}, \{2, 3, 4\}$
- Suceso seguro:  $E = \{1, 2, 3, 4\}$



### Operaciones con sucesos

- La **unión de sucesos**,  $A \cup B$ , es el suceso que se realiza cuando se verifica  $A$  o  $B$  o ambos a la vez. Está compuesto por todos los elementos de  $A$  y de  $B$ .
- La **intersección de sucesos**,  $A \cap B$ , es el suceso que se realiza cuando se verifican al mismo tiempo el suceso  $A$  y el suceso  $B$ . Está compuesto por los elementos comunes de  $A$  y de  $B$ .

Ejemplo 4:

- Se lanza una moneda y se consideran los siguientes sucesos:

A: "Salir cara".      B: "Salir sello".

En este caso,  $A \cup B$  es el espacio muestral, ya que:  $A \cup B = \{\text{cara}, \text{sello}\}$ .



### ACTIVIDAD

- Describe un suceso imposible en el experimento aleatorio de "extraer una carta de la baraja española".
- Calcula cuántos resultados distintos se pueden obtener al lanzar tres dados octaédricos.
- Una rifa tiene 100 boletos numerados de 00 al 99. Juan quiere comprar todos los números que empiezan por 3 o terminan en 8 y Ana quiere todos los números que sean múltiplos de 6 y mayores de 50.
  - ¿Cuántos números comprará cada uno?
  - ¿Son compatibles los deseos de los dos?
- Al lanzar un dado cúbico se consideran los sucesos:
  - "Salir un número par"
  - "Salir un número menor que 3"
  - $C = \{1, 2, 5\}$        $D = \{2\}$

Halla los sucesos: a)  $A \cup B$     b)  $A \cap B$     c)  $B \cup C$

- Se lanza un dado cúbico y se consideran los sucesos:

$A = \{1, 3, 5\}$ ,     $B = \{3, 4, 5\}$     y     $C = \{5, 6\}$

Coloca en siguiente diagrama de Venn los números según corresponda.

