ÁREA: MATEMÁTICAS Y FÍSICA **ASIGNATURA: MATEMÁTICAS, GEOMETRÍA, ESTADÍSTICA Y FÍSICA**

GRADO: NOVENO **PERIODO: PRIMERO SEMANA 1 A 12**

TITULO DE LA GUÍA: CONCEPTOS BÁSICOS DE FUNCIONES, FUNCIÓN LINEAL Y FUNCIÓN AFÍN

1. COMPETENCIAS PLANEACIÓN DEL PERIODO

Matemáticas: El (la)estudiante comprenderá el modelo de constante y variable para aplicarlos y poder comprender los fenómenos naturales porque debe adaptarse al medio que lo rodea.
Geometría: Utiliza procesos inductivos y lenguaje simbólico o algebraico para formular, proponer y resolver conjeturas en la solución de problemas numéricos, geométricos, métricos, en situaciones cotidianas y no cotidianas.
Estadística: Encuentra el número de posibles resultados de experimentos aleatorios, con reemplazo y sin reemplazo, usando técnicas de conteo adecuadas, y argumenta la selección realizada en el contexto de la situación abordada. Encuentra la probabilidad de eventos aleatorios compuestos.
Física: Comprende que el movimiento de un cuerpo, en un marco de referencia inercial dado, se puede describir con gráficos y predecir por medio de expresiones matemáticas.

2. CONTENIDO TEMÁTICO

Actividad conceptos básicos de función, representación y funciones de variable real, actividad función lineal y afín, actividad línea recta, actividad ecuación de la recta, rectas paralelas y perpendiculares	**MATEMÁTICAS:** ÁLVARO VANEGAS ESCOBAR
Teorema de Thales, Aplicación del teorema de Thales en solución de problemas, Polígonos semejantes y Triángulos semejantes.	**GEOMETRÍA:** CARLOS HERNANDO MOGOLLÓN PRIETO
Experimentos aleatorios, con reemplazo y sin reemplazo, Técnicas de conteo, Probabilidad de eventos, Probabilidad de eventos aleatorios compuestos	**ESTADÍSTICA:** FABIO RENE QUICAZAN BARACALDO
Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado	**FÍSICA:** ADRIANA PATRICIA PÉREZ RODRÍGUEZ

3. ACTIVIDADES

SEMANA	ACTIVIDADES, METODOLOGÍA Y RECURSOS	FECHA	ASPECTOS A SER EVALUADOS Y CRITERIOS DE EVALUACIÓN
1 a 12	Exploración: Las expresiones algebraicas en el cálculo de las necesidades nutricionales		Es una actividad muy importante, debido a que es afín a todas las asignaturas de matemáticas y física
	Matemáticas: la propuesta contiene un proyecto transversal afín a todas las asignaturas, actividades para ser desarrolladas durante el periodo, actividad resumen, actividades de nivelación y profundización e instrumentos para el diligenciamiento de la autoevaluación y coevaluación. Geometría: Actividad teorema de Thales, Actividad solución de problemas Polígonos semejantes (triángulos semejantes. Estadística: Experimentos aleatorios, con reemplazo y sin reemplazo. Actividad #1. Técnicas de conteo. Actividad #2. Probabilidad de Eventos y eventos aleatorios compuestos. Actividad #3. Proyecto de área. Actividad #4. Auto evaluación, coevaluación y nivelación.		Matemáticas ◆ Estudie y realice un resumen de los conceptos básicos de funciones, función lineal y afín ◆ Solucione las actividades propuestas en forma de trabajo escrito ◆ Realice las actividades clase y envíe las evidencias ◆ Tome fotografías a la actividad y envíelas al correo que aparece en las observaciones y recomendaciones ◆ Prepare el tema para la sustentación Geometría ◆ Realice un resumen de los conceptos de cada tema ◆ Solucionar la actividad propuesta en un trabajo escrito y envíelas para ser evaluadas ◆ Realice las construcciones geométricas utilizando regla y compas ◆ Marque la(s) hoja(s) con sus nombres y apellidos al comienzo de la misma. ◆ Tome fotografías a la actividad y envíelas por vía WhatsApp o correo que aparece al comienzo de la guía. Estadística ◆ La actividad desarrollada muestra un conocimiento claro y preciso del concepto matemático y /o de física propuesto en la guía de trabajo. ◆ Los diagramas y dibujos son claros. ◆ La actividad es presentada de acuerdo a las instrucciones dadas, de manera clara, organizada, e inteligible. ◆ Presenta la actividad en el tiempo asignado para cada una. Física ◆ Describe el movimiento de un cuerpo (rectilíneo uniforme y uniformemente acelerado, en dos dimensiones – circular uniforme y parabólico) en gráficos que relacionan el desplazamiento y la velocidad en función del tiempo.

4. OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES

Matemáticas: El material puede obtenerse en la institución sede bachillerato Calle 14 # 12-00 Granada, centro, Centros de Fotocopias autorizados y en la página web institucional https://www.iedgur.edu.co/, la actividad debe ser diligenciada por los estudiantes, los cuales podrán trabajar en la casa, una vez finalizada la actividad o el tiempo asignado, los estudiantes deberán hacer entrega de los trabajos (trabajo ordenado escrito en hojas y carpeta) con sus nombres, apellidos y curso al correo electrónico solidoregleta@gmail.com y al interno de

WhatsApp. Se recomienda a los estudiantes realizar la actividad con responsabilidad ayudados por los apuntes del cuaderno y libros de grado NOVENO disponibles en la web. Luego, se realizará una realimentación y evaluación de la actividad. Favor diligenciar los formatos de autoevaluación y coevaluación una vez finalice la novena semana.

Geometría: Se recomienda realizar las actividades propuestas y enviarlas por correo o por WhatsApp, que se puede ayudar con los apuntes realizados, también por medio de videos en YouTube, libros de matemáticas del grado noveno.

Física. Favor tener en cuenta lo siguiente:

Las actividades debe desarrollarse en el cuaderno de física y /o Word

Las actividades deben evidenciar los procedimientos completos

Es importante la elaboración de los gráficos en la resolución de problemas

Los informes de laboratorio deben tener los elementos acordados previamente.

Las entregas por WhatsApp se harán en los encuentros sincrónicos

Los códigos classroom para entrega de actividades son:

- 5ogga56 ……. para el grado 901
- gokv3wa ……. Para el grado 902
- gz6omzz ……. Para el grado 903

Matemáticas, Estadística, Física y Geometría 603

Las actividades las debes desarrollar en el cuaderno de Matemáticas, Estadística, Geometría y Física o como trabajo escrito en hojas (cuadriculadas) o mediante el uso del procesador de texto Word.
Recuerda lo importante del valor de la honestidad en el desarrollo y entrega de actividades.
Las actividades deben evidenciar los procedimientos completos.
Es importante la elaboración de los gráficos en la resolución de problemas.
Las entregas vía WhatsApp se harán en encuentros sincrónicos de lunes a viernes de 7: 00 a.m. a 1:00 p.m. te sugerimos aprovechar los horarios de atención de cada docente.

Para la entrega de actividades debes escribir:

1. Nombre completo.
2. Grado al que perteneces.
3. Nombrar específicamente la actividad a entregar y a que asignatura corresponde.

Correos electrónicos mediante los cuales te puedes comunicar con los profesores de Física y Matemáticas:

Ligia Maritza Ramos Garavito: juannatma@gmail.com
Carlos Hernando Mogollón: carlosmogollonprieto@gmail.com
Fabio René Quicazán : iedgurmatematica@gmail.com
Álvaro Vanegas Escobar: solidoregleta@gmail.com
Adriana Pérez Rodríguez : adrianangelito4@gmail.com

Recuerda que puedes comunicarte de lunes a viernes de 7: 00 a.m. a 1:00 p.m.
Importante si vas a hacer tus entregas por medio de portafolio
Debes comunicarte con tu docente de cada asignatura cada vez que hagas entregas o tengas dificultades con el desarrollo de alguna actividad (Mínimo 5 veces en el periodo). No olvides entregar las guías en sobre sellado, marcado y especificar que asignaturas vas a entregar, este material debe ser entregado únicamente por tu acudiente o persona mayor de edad en la institución en el horario establecido y cumpliendo los protocolos de seguridad.

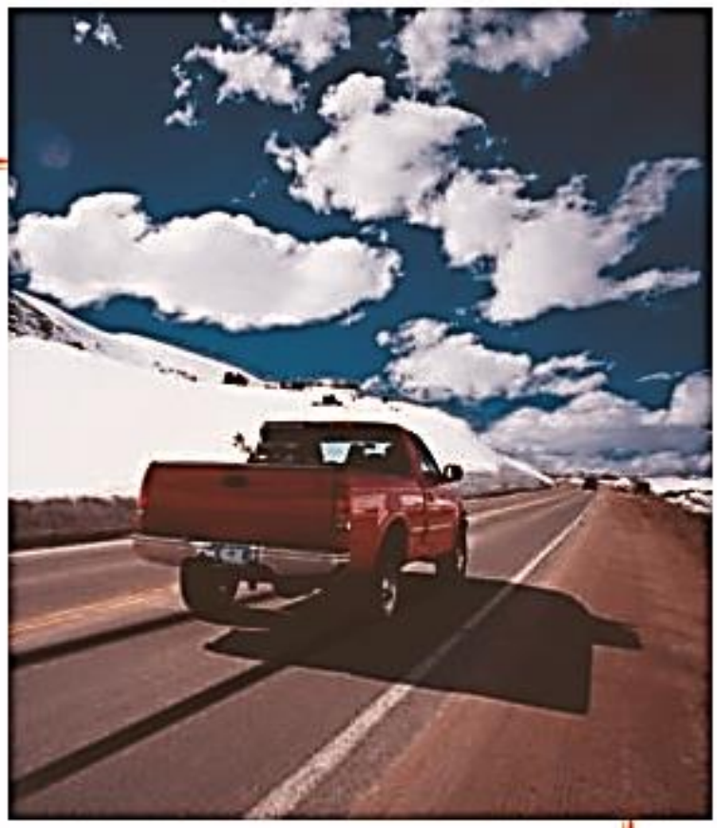
ACTIVIDADES DE NIVELACIÓN Y PROFUNDIZACIÓN
Las actividades de nivelación y profundización tendrán lugar en las semanas 11 y 12 del primer periodo (dos últimas semanas 12 al 23 de abril de 2021).
NIVELACIONES
Debes presentar las actividades que dejaste incompletas o con aspectos por mejorar.
ACTIVIDADES DE PROFUNDIZACIÓN
Realiza un mapa mental, esquema o mapa conceptual donde elabores un resumen de los aspectos que aprendiste en cada una de las asignaturas. Adicionalmente elabora un cuadro comparativo donde puedas extrapolar las dificultades y fortalezas en el desarrollo de la guía. También, puedes aprovechar para realizar la lectura, responder las preguntas y presentar el informe de las expresiones algebraicas en el cálculo de las necesidades nutricionales.

Recomendaciones de bioseguridad. Tu salud y la de tu familia es muy importante, por ello te hacemos las siguientes recomendaciones:

MATEMÁTICA, GEOMETRÍA ESTADÍSTICA Y FÍSICA
DOCENTES

COORDINACIÓN ACADÉMICA

Exploración: Enseguida encontrará una lectura titulada ***Expresión radical para calcular la velocidad antes de una frenada*** que se relaciona con las asignaturas de matemáticas, geometría, estadística y física, realice la lectura y responda las preguntas como trabajo escrito, este trabajo deberá ser entregado a los profesores de matemáticas y física que les orienten estas asignaturas.



Y esto que aprendí, ¿PARA QUÉ ME SIRVE?

Para determinar la velocidad en un accidente vehicular.

Expresión radical para calcular la velocidad antes de una frenada

Cuando un carro frena bruscamente, a una velocidad considerable, produce marcas sobre la carretera debido a una transferencia de peso a las ruedas delanteras. Gracias a estas marcas es posible calcular la velocidad a la cual iba un automóvil antes de aplicar los frenos, en caso de un accidente de tránsito.

Por lo general, la velocidad inicial de un automóvil en un accidente se estima a partir de la longitud de las marcas de frenado x por medio de la expresión:

$$v = \sqrt{-2ax}$$

Pero si un carro frena bloqueando las cuatro ruedas se detiene mucho antes que si frena bloqueando solo dos ruedas. Para determinar correctamente la velocidad inicial antes de un accidente, es necesario tener en cuenta el reparto de carga entre las ruedas. Si las cuatro ruedas se bloquean, la aceleración a cumple:

$a = -\mu g$ donde g es la gravedad, $g = 9{,}8\ m/s^2$ y μ es el coeficiente de rozamiento de la carretera.

Así al remplazar en la expresión, se tiene que la velocidad inicial en m/s respecto a la distancia de frenado x se obtiene mediante la expresión:

$$v = \sqrt{2\mu g x}$$

Los coeficientes de rozamiento más comunes para vehículos, de acuerdo con el tipo de pavimento son:

Tipo de pavimento	Asfalto	Cemento	Nieve	Grava
Coeficiente de rozamiento μ	0,75	0,9	0,3	0,5

Recupera información

1. Responde:
   a. ¿Por qué se hacen marcas en la carretera al frenar bruscamente el automóvil?
   b. ¿Cuál es el valor de la gravedad g?
2. Consulta qué es el coeficiente de rozamiento de una superficie.

Interpreta

3. ¿Qué magnitudes representan las variables μ, g y x en la expresión de la velocidad inicial con respecto a la distancia de frenado?

Reflexiona y valora

4. ¿Es correcto afirmar que
$$v = \sqrt{2\mu g x} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\mu} \cdot \sqrt{g} \cdot \sqrt{x}\ ?$$
5. ¿Cuál es el índice de la expresión radical?

Plantea y actúa

6. Calcula la velocidad de un automóvil si se sabe que frenó bruscamente y dejó una marca de frenado de 30 m en una carretera de asfalto.
7. Averigua sobre las campañas que promueve la Secretaría de Tránsito y Transporte de tu ciudad para evitar accidentes.

ACTIVIDAD CONCEPTOS BÁSICOS DE FUNCIÓN

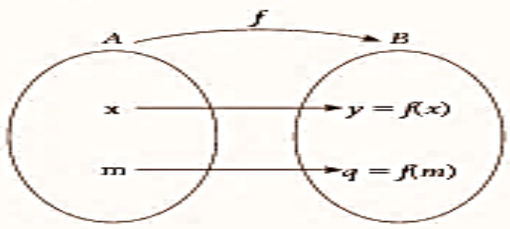
Una **función** es una regla o correspondencia que asigna a cada elemento de un conjunto A, uno y solo un elemento del conjunto B.

Las funciones se simbolizan con letras minúsculas, generalmente f, g y h, entre otras.

En una función que se define del conjunto A en el conjunto B, se utiliza la notación $f: A \to B$, donde A es el **conjunto de partida** y B es el **conjunto de llegada**. Así, si $x \in A$ y $y \in B$, la expresión $f(x) = y$ se lee efe de x es igual a y, se interpreta así:

- El elemento $x \in A$ está relacionado con el elemento $y \in B$ por medio de la función f.
- La **imagen** del elemento x en la función f es el elemento y.

Una función $f: A \to B$ se puede representar sagitalmente, así:



Elementos de una función

En una función $f: A \to B$ se identifican los siguientes elementos:

Dominio: es el conjunto de partida de la función. Se simboliza *Dom f*.

Codominio: es el conjunto de llegada de la función. Se simboliza *Cod f*.

Rango: es el conjunto formado por los elementos del codominio, que son la imagen de los elementos del dominio. Se simboliza *Ran f*.

Grafo: es el conjunto formado por todas las parejas ordenadas (x, y) tales que $x \in Dom\ f$ y $y \in Ran\ f$.

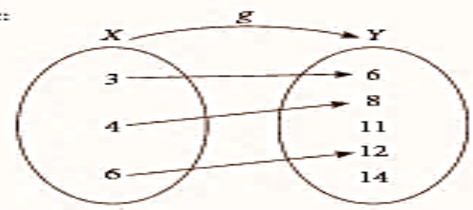
Por ejemplo, en la función $g: x \to y$, se tiene que:

Dom $g = \{3, 4, 6\}$

Cod $g = \{6, 8, 11, 12, 14\}$

Ran $g = \{6, 8, 12\}$

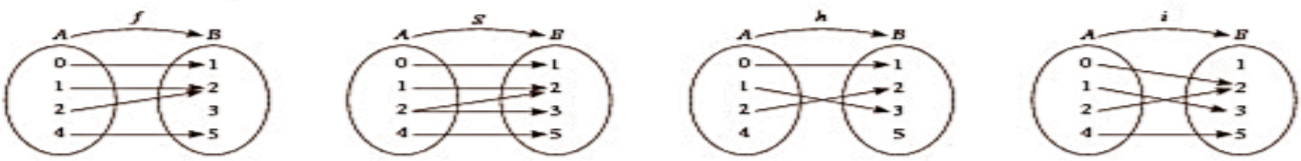
Grafo de $g = \{(3, 6), (4, 8), (6, 12)\}$



Ejemplo

Determinar cuáles de las siguientes correspondencias son funciones y cuáles no.

Si $A = \{0, 1, 2, 4\}$ y $B = \{1, 2, 3, 5\}$



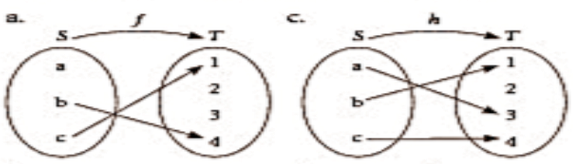
Las correspondencias f e i son funciones, porque en los dos casos a cada elemento de A se le asigna un único número del conjunto B. Mientras, las correspondencias g y h no son funciones, en la correspondencia g el elemento 2 de A tiene dos imágenes, y en la correspondencia h, el elemento 4 de A no tiene imagen.

Actividades

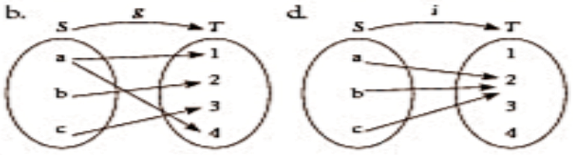
Ejercita: 1-2-3 Razona: 4-5

1 Determina cuáles de las siguientes correspondencias son funciones y cuáles no. Justifica tu respuesta. Si $S = \{a, b, c\}$ y $T = \{1, 2, 3, 4\}$.

a. c.



b. d.



2 Encuentra cuáles de las relaciones del conjunto A con el conjunto B son funciones y cuáles no. Ten en cuenta que los conjuntos están determinados por $A = \{1, 2, 4, 6, 9, 12, 16\}$ y $B = \{-3, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

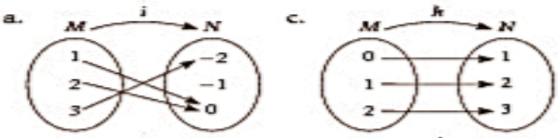
a. Un elemento de A se relaciona con su cantidad de divisores.
b. Un elemento de A es el cuadrado de algún elemento de B.
c. Un elemento de A y su opuesto.
d. Cada elemento de A se relaciona con 5.

3 Determina cuáles de los conjuntos de parejas ordenadas corresponden a grafos de funciones.

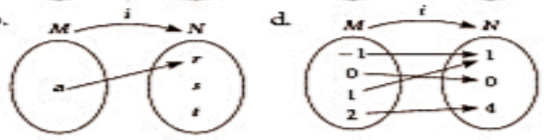
a. $\{(0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$
b. $\{(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)\}$
c. $\{(4, -1), (8, -2), (4, -3), (8, -4)\}$
d. $\{(0, 0), (2, 2), (4, 4), (6, 6)\}$
e. $\{(-1, 3), (-2, 6), (-3, 9), (-4, 12), (-5, 15)\}$
f. $\{(5, 10), (-5, 20), (10, 10), (-10, 20)\}$

4 Encuentra dominio, codominio, rango y grafo de cada una de las siguientes funciones.

a. c.



b. d.



5 Halla el dominio y el rango de cada función.

a. $\left\{\left(\frac{1}{2}, 1\right), \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right), \left(-\frac{1}{6}, \frac{1}{3}\right), \left(1, \frac{2}{3}\right)\right\}$

b. $\{(-1, -1), (0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$

Representaciones de funciones

Para representar una función se puede utilizar la forma verbal, la fórmula, la tabla de valores y la gráfica.

Forma verbal: es la relación entre las variables que se realiza por medio de un enunciado, es decir, una descripción con palabras.

Fórmula: es la relación entre las variables que se realiza mediante una expresión algebraica. Esta expresión se simboliza como $y = f(x)$ y se llama **ecuación de la función**.

En la expresión $y = f(x)$, x es la **variable independiente** y representa los elementos de Dom f; y es la **variable dependiente** y representa los elementos de Ran f.

Tabla de valores: es un arreglo con dos filas, en la fila superior se ubican los valores que toma la variable independiente y en la fila inferior se ubican los valores que se obtienen para la variable dependiente.

Gráfica: es un diagrama sagital o un diagrama cartesiano, en el que se ubican los elementos del dominio en el eje horizontal y los elementos del codominio en el eje vertical.

Una función puede ser representada en las cuatro formas anteriores, adquiriendo gran importancia pasar de una representación a otra; sin embargo, algunas funciones son descritas en forma más precisa mediante una forma en lugar de otra.

Por ejemplo, representar la función $f: X \to Y$ en forma de diagrama sagital, tabla de valores, diagrama cartesiano y por fórmula; determinada por el enunciado "a cada elemento de A se le asigna su doble menos uno en y". Si $x = \{1, 2, 3, 4\}$ y $y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ se sigue:

Diagrama sagital

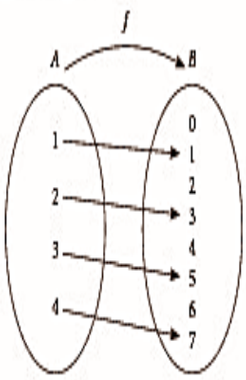
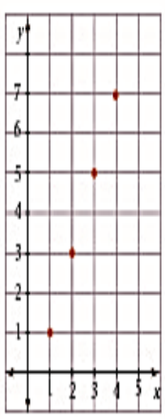


Tabla de valores

x	1	2	3	4
y	1	3	5	7

Diagrama cartesiano



Fórmula

$y = 2x - 1$

Actividades

Recupera información: 1-2-3 | Razona: 4 | Modela: 5-6

1 Explica, mediante un ejemplo, el significado de cada expresión, con base en el texto explicativo.

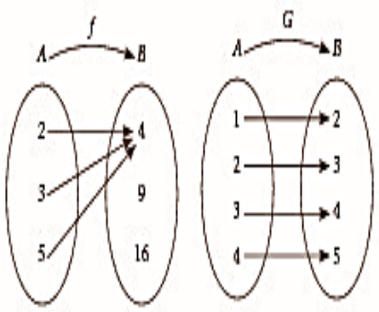
a. Diagrama cartesiano.
b. Fórmula.
c. Tabla de valores.

2 Determina cuáles de las siguientes relaciones representan una función. Justifica tu respuesta.

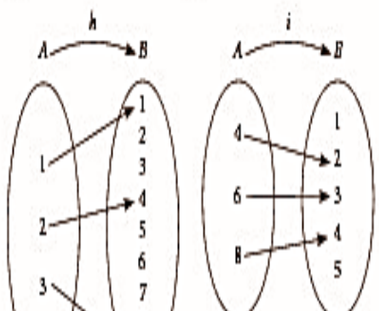
a. Un número positivo y su raíz cuadrada.
b. Un número negativo y su valor absoluto.
c. El número de lados de la base de una pirámide y su número total de aristas.

3 Define cada una de las siguientes funciones mediante un diagrama cartesiano y una tabla de valores.

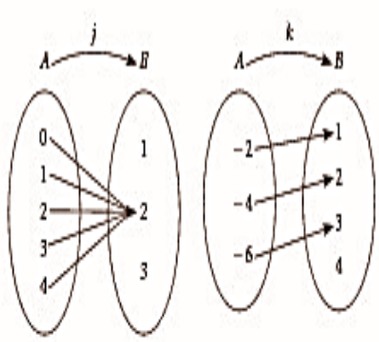
a. d.



b. e.

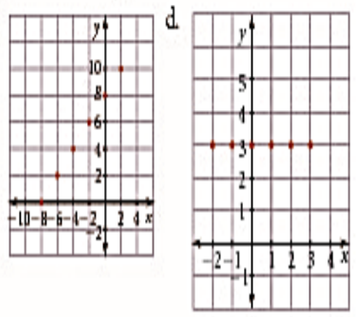


c. f.

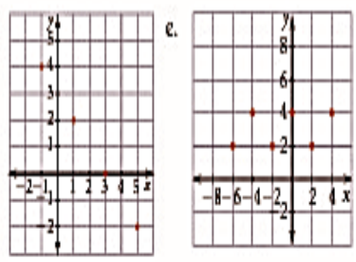


4 Escribe la tabla de valores asociada a cada función representada en el plano cartesiano.

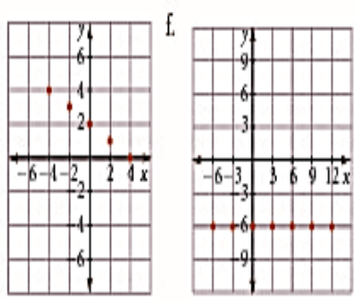
a. d.



b. e.

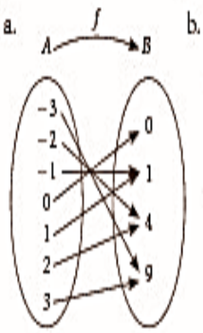


c. f.



5 Encuentra la fórmula que modela cada función.

a.



b.

x	2	3	4	5
y	3	$\frac{9}{2}$	6	$\frac{15}{2}$

6 Para la fórmula de cada función, haz una tabla de cuatro valores que pertenezcan al dominio de cada función.

a. $y = \frac{1}{2}x$

b. $y = 3x - 2$

c. $y = 4x$

ACTIVIDAD FUNCIONES DE VARIABLE REAL

Funciones de variable real

Una función f es una **función real** cuando su dominio y su rango son el conjunto de los números reales o un subconjunto del mismo.

En las funciones de variable real no es posible indicar todas las parejas ordenadas que constituyen una función real, por tanto, se utiliza una fórmula $y = f(x)$ para referirse a estas funciones.

Por ejemplo, las funciones $f(x) = 2x - 3$, $g(x) = 1 - x^2$, $y = -\frac{1}{2}x + 4$.

La **gráfica de una función real** f es el conjunto de puntos (x, y) del plano cartesiano cuyas coordenadas satisfacen la fórmula de la ecuación. Como no es posible representar todos los puntos, entonces, solo se ubican algunos de ellos y se unen mediante un trazo continuo, teniendo en cuenta los valores para los cuales la función está definida, es decir, que pertenezcan al dominio de la función. De esta manera se obtiene el bosquejo de la gráfica de una función real.

Ejemplos

Realizar el bosquejo de cada función.

a. $f(x) = 2x + 1$

Primero, se elabora la tabla con algunos valores reales.

Luego, se traza la curva a partir de los puntos obtenidos.

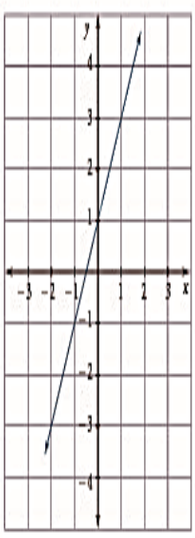
Para la construcción de la tabla se evalúa la función para los valores indicados. Así, si $x = -2$ se tiene:

$$f(-2) = 2(-2) + 1 = -4 + 1 = -3$$

Luego, la tabla para los valores de $x = -2, -1, 0, 1$ y 2 es:

x	-2	-1	0	1	2
$f(x) = 2x + 1$	-3	-1	1	3	5

Por tanto, el bosquejo de la gráfica de la función $f(x) = 2x + 1$ es:



b. $g(x) = x^2 - 2$

La tabla de valores asociada a la función $g(x)$ para los valores de $x = -2, -1, 0, 1$ y 2 se obtiene de la siguiente manera:

Primero, se remplaza cada valor en la fórmula de la función para hallar los valores de las imágenes correspondientes de y así:

Si $x = -2$, $y = (-2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$

Si $x = -1$, $y = (-1)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$

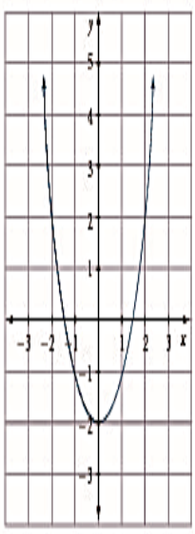
Si $x = 0$, $y = 0^2 - 2 = 0 - 2 = -2$

Si $x = 1$, $y = (1)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$

Si $x = 2$, $y = (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$

Luego, se ubican los puntos y se unen mediante una línea continua.

La gráfica se muestra a continuación:



Método gráfico para identificar funciones

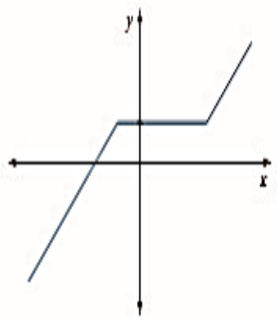
Para comprobar que una gráfica describe una función, se traza una línea recta vertical y se verifica que esta recta corte la gráfica de la función en un solo punto.

En el caso de que la recta corte a la gráfica en más de un punto, se afirma que la gráfica no corresponde a una función.

Ejemplos

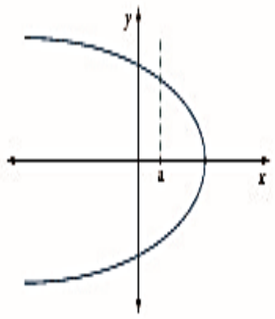
Determinar si las siguientes gráficas representan o no representan funciones.

a.



La gráfica corresponde a una función porque cada elemento del dominio tiene una única imagen.

b.



La gráfica no corresponde a una función porque el elemento a del dominio tiene más de una imagen, es decir, al trazar una recta vertical por a, esta corta en dos puntos a la gráfica.

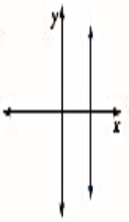
Actividades

Interpreta: 1 Razona: 2 Ejercita: 3

1 Identifica cuáles de las gráficas corresponden a funciones. Justifica tu respuesta.

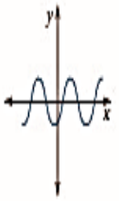
a.

b.

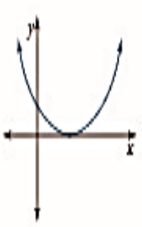


c.

d.



e.



f.

2 Realiza el bosquejo de cada función en relación con la tabla de valores.

a.

x	8	9	10	11	12	13	14
y	23	18	14	10	4	2	6

b.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	10	6	2	-2	-6	-10	-14

3 Evalúa cada función para los valores indicados.

a. $y = -2x^2 + x - 5$ si $x = -1, 0, 1$

b. $y = -2(x + 4) - 8$ si $x = -7, -6, -4$

c. $y = \frac{1}{3}x + 4$ si $x = -9, -3, 8$

d. $y = 3\sqrt{12 - 4x}$ si $x = -2, 2, 3$

Función lineal

Toda función de la forma $y = mx$ donde m es una constante diferente de cero, es una **función lineal**.

Por ejemplo, $y = 2x$, $f(x) = y = -\frac{2}{5}x$ y $y = 12x$ son funciones lineales.

La representación gráfica de una función lineal en el plano cartesiano es una línea recta no vertical que pasa por el origen.

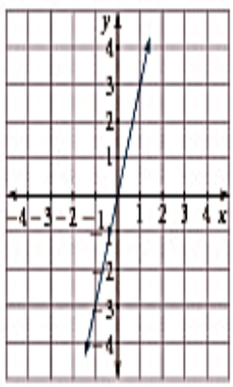
Ejemplos

1 Realizar la representación gráfica de las siguientes funciones lineales.

a. $y = 3x$

Se elabora la tabla de valores y luego, se ubican los puntos de la tabla en el plano cartesiano y se unen con una línea recta, así:

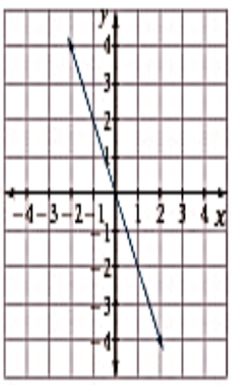
x	$y = 3x$
−2	−6
−1	−3
0	0
1	3
2	6



b. $y = -2x$

Se construye la tabla de valores para la función y luego, se ubican los puntos en el plano cartesiano así:

x	$y = -2x$
−2	4
−1	2
0	0
1	−2
2	−4



2 Determinar si la relación propuesta es o no es una función lineal.

La longitud de la circunferencia en función del radio.

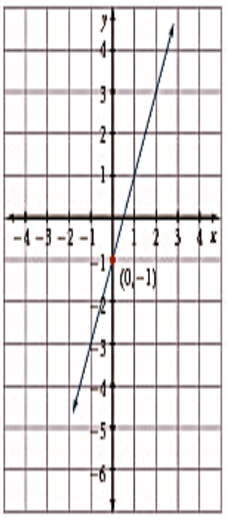
La longitud de la circunferencia se puede expresar como:

$C = 2\pi r$, donde C es la longitud de la circunferencia y r es el radio.

Como la función de la longitud de la circunferencia se puede escribir de la forma $C = mr$, entonces, es una función lineal.

Función afín

Toda función de la forma $y = mx + b$ donde m y b son constantes diferentes de cero, es una **función afín**.



Una función afín tiene como representación gráfica una línea recta que no pasa por el origen del plano cartesiano. Por ejemplo, la gráfica de la función $y = 2x - 1$ es una recta que corta al eje y en el punto $(0, -1)$, como se muestra en la figura.

Es posible encontrar los puntos de corte de la recta correspondiente a la gráfica de una función afín, con los ejes coordenados, mediante un proceso algebraico, así:

- Para hallar el punto de corte de la recta con el eje x, o punto $(x, 0)$. En la ecuación $y = mx + b$, se remplaza y por 0 y se despeja x.
- Para hallar el punto de corte de la recta con el eje y, o punto $(0, y)$. En la ecuación $y = mx + b$, se remplaza x por 0 y se despeja y.

Ejemplos

1 Hallar los puntos de corte de la gráfica de la función $y = \frac{3}{2}x - 6$ con los ejes coordenados.

Para el punto de corte con el eje x, $(x, 0)$ se hace

$$y = \frac{3}{2}x - 6$$

$$0 = \frac{3}{2}x - 6 \quad \text{Se remplaza } y = 0.$$

$$6 = \frac{3}{2}x \quad \text{Se suma 6.}$$

$$x = 4 \quad \text{Se despeja } x.$$

Así, el punto $(x, 0) = (4, 0)$, corte con el eje x.

Para el punto de corte con el eje y, $(0, y)$ se hace

$$y = \frac{3}{2}x - 6$$

$$y = \frac{3}{2}(0) - 6 \quad \text{Se remplaza } x = 0.$$

$$y = -6 \quad \text{Se despeja } y.$$

Por tanto, $(0, y) = (0, -6)$ es el punto de corte en el eje y.

2 Determinar en cada situación si la función expresada hace referencia a una función lineal o a una función afín.

a. $y = 5 - 7x$

Como la función $y = 5 - 7x$ tiene la forma $y = mx + b$, entonces, la función es afín.

b. La relación entre los grados Celsius y los grados Fahrenheit está dada por la función $C = \frac{5}{9}(F - 32)$.

La ecuación $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ se puede expresar como $C = \frac{5}{9}F - \frac{160}{9}$.

Como la ecuación tiene la forma $y = mx + b$, entonces, la función es afín.

c. La relación entre la cantidad de gaseosas y el precio en pesos, está dado por la siguiente tabla.

Cantidad de gaseosas	1	2	3	4	5
Precio $	1.000	2.000	3.000	4.000	5.000

Si n es la cantidad de gaseosas, entonces, el precio que se debe pagar es $p = 1.000n$.

Por lo tanto, la función es lineal.

ACTIVIDAD FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN (SON DOS HOJAS)

Actividades

Recupera información: 1 | Ejercita: 2-3 | Modela: 4 | Razona: 5

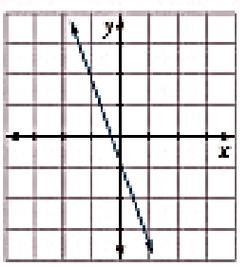
1 Responde.

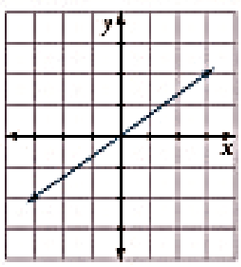
a. ¿Cuál es la forma general de una función lineal? ¿Y de una función afín?
b. ¿Cómo se localizan los puntos de corte de la función afín con los ejes?
c. ¿Cómo se distingue una función lineal de una función afín?
d. ¿Cómo es la gráfica de $y = c$ para cualquier número real c?
e. ¿La gráfica de $x = b$ es una función? Explica tu respuesta.

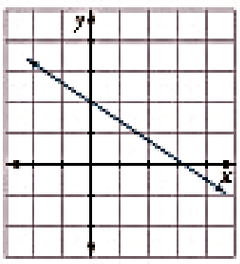
2 Determina si la función corresponde a una función lineal o a una función afín.

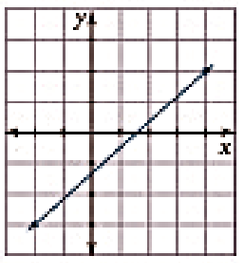
a. $y = -\frac{2}{3}x$
b. $y = 1 - x$
c. $y = 4(x - 2)$
d. $y = 2x - \frac{1}{2}$
e. $y = 3x$
f. $y = 4\left(\frac{x}{3}\right)$

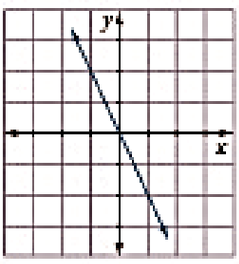
3 Clasifica la gráfica de cada función como lineal o afín. Escribe la expresión que determina cada función.

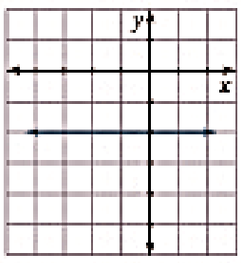
a.


d.


b.


e.


c.


f.


4 Realiza la gráfica de las siguientes funciones.

a. $f(x) = \frac{2}{3}x$
b. $f(x) = -5x + 1$
c. $f(x) = 4x$
d. $y = \frac{1}{2}x - 3$
e. $y = -x + 1$
f. $y = x - \frac{1}{2}$
g. $y = -2x$
h. $f(x) = -3x + 2$
i. $f(x) = -\frac{1}{5}x$
j. $f(x) = 8 - x$
k. $y = -3x$
l. $f(x) = 5 - 2x$

5 Encuentra los puntos de corte de cada función con los ejes de coordenadas.

a. $y = -x + 4$
b. $y = -3x + \frac{1}{4}$
c. $f(x) = 7x$
d. $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$
e. $f(x) = 2x$
f. $f(x) = -x$
g. $y = -2 + \frac{3}{2}x$
h. $y = -3x + 5$
i. $f(x) = x + 4$
j. $f(x) = -2x$
k. $y = \frac{1}{4}x$
l. $y = -\frac{3}{2}x + \frac{4}{3}$

Soluciona problemas

6 Indica cuáles de las siguientes situaciones representan funciones lineales o afines.

a. Andrés alquila un auto y paga $80.000 por 5 días más $7.000 hora adicional.
Relación: tiempo de alquiler y costo.
b. En la bodega hay el triple de empleadas que de empleados.
Relación: número de empleadas y número de empleados.
c. Juan gana $1.200 por cada producto que vende.
Relación: cantidad de productos vendidos y ganancia.

7 Encuentra una fórmula que modele cada situación anterior y luego, realiza la representación en el plano cartesiano.

ACTIVIDAD FUNCIÓN LINEAL Y PENDIENTE

Línea recta

En la ecuación $y = mx + b$, el valor de m es una constante diferente de cero y corresponde a la **pendiente** de la recta, lo cual indica la inclinación de la recta respecto al eje x.

Si $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$ son dos puntos distintos por donde pasa la recta, como se muestra en la figura, la pendiente m es:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ o } m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \text{ con } x_1 \neq x_2$$

La pendiente se puede interpretar como la razón del incremento vertical con respecto al incremento horizontal de la recta.

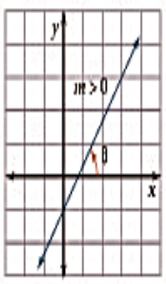
Por ejemplo, la pendiente de la recta que pasa por los puntos $A(-2, -5)$ y $B(6, 11)$ es:

$$m = \frac{11 - (-5)}{6 - (-2)} = \frac{16}{8} = 2$$

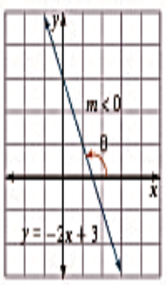
Por tanto, la pendiente de la recta es $m = 2$.

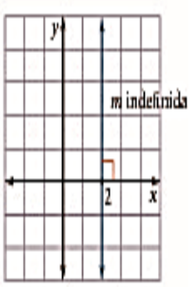
El signo de la pendiente de una recta depende del ángulo de inclinación de la recta con respecto al eje x. De acuerdo con esto se pueden presentar cuatro casos:

- Si la recta forma un ángulo agudo con el eje x, entonces, la pendiente es **positiva**. En la gráfica se muestra la representación de la recta $y = \frac{4}{3}x - 1$, donde el ángulo θ es agudo y la pendiente es positiva $m = \frac{4}{3}$.

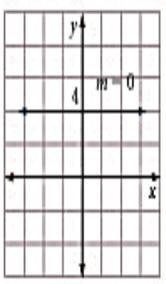


- Si la recta forma un ángulo obtuso con el eje x, entonces, la pendiente de la recta es **negativa**. En la gráfica se muestra la recta $y = -2x + 3$, donde el ángulo θ es obtuso y la pendiente es negativa $m = -2$.



- Si la recta es vertical (paralela al eje y), se dice que la pendiente **no está definida**. En la gráfica se muestra una recta vertical que corta al eje x en a. Esta recta tiene como ecuación $x = 2$.

- Si la recta es horizontal (paralela al eje x), la pendiente es **cero**.

  En la gráfica se muestra una recta horizontal que corta al eje y en 4. Esta recta tiene como ecuación $y = 4$.



Ejemplo

Encontrar la pendiente de la recta de la siguiente figura.

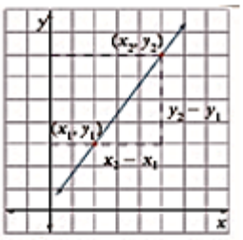
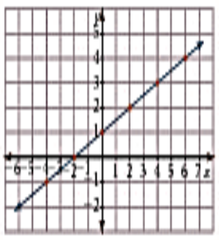


Figura 1



La recta pasa por los puntos $(-6, -2)$, $(-4, -1)$, $(-2, 0)$, $(0, 1)$, $(2, 2)$, $(4, 3)$, $(6, 4)$, luego, se toman dos puntos y se halla la pendiente.

Para $(-6, -2)$ y $(-2, 0)$ se tiene:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{0 - (-2)}{-2 - (-6)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Para $(2, 2)$ y $(6, 4)$ se tiene:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{4 - 2}{6 - 2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Por lo tanto, la pendiente de la recta representada es $\frac{1}{2}$ y esta se puede hallar con cualquier par de puntos.

Actividades

Ejercita: 1 Razona: 2-3

1 Halla la pendiente de la recta que pasa por cada par de puntos.

a. $(8, 3)$ y $(-5, 4)$

b. $(-8, -1)$ y $(-9, -2)$

c. $(-2, 3)$ y $(7, -2)$

d. $\left(-\frac{3}{2}, -4\right)$ y $\left(\frac{1}{2}, 7\right)$

e. $(4, 7)$ y $\left(4, \frac{2}{3}\right)$

f. $(-1, -1)$ y $(4, 4)$

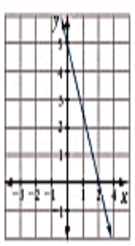
g. $(5, 9)$ y $(10, 15)$

h. $\left(6, \frac{1}{5}\right)$ y $(0, 3)$

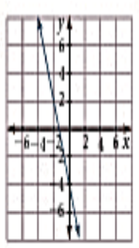
2 Encuentra dos puntos de la gráfica de cada recta y halla las pendientes de las rectas.

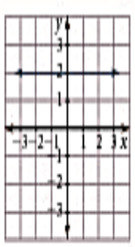
a.

c.

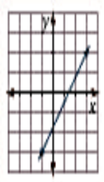


b.



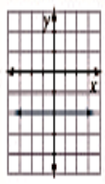
d.

3 Relaciona las gráficas con los valores de m y b señalados para la ecuación $y = mx + b$.

a.



e.

b.

f.

c.

g.

d.

1. $m > 0; b > 0$
2. $m > 0; b < 0$
3. $m < 0; b > 0$
4. $m < 0; b < 0$
5. $m = 0; b = 0$
6. $m = 0; b < 0$
7. m indefinida

Ecuación de la recta

La ecuación de la forma $y = mx + b$ se llama **ecuación explícita de la recta.**

A partir de la ecuación explícita de la recta se puede determinar la pendiente m y el punto de corte con el eje y que tiene coordenadas $(0, b)$.

Por ejemplo, en la recta cuya ecuación es $y = 2x - 3$, la pendiente es $m = 2$ y el punto de corte con el eje y es $(0, -3)$.

Para hallar la ecuación de una recta se deben considerar los siguientes casos:

Cuando se conoce la pendiente y el intercepto con el eje y

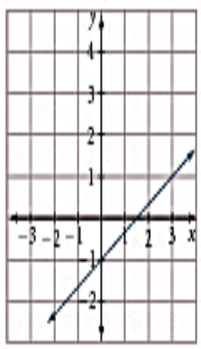
En este caso, se remplaza el valor de m y de b en la ecuación $y = mx + b$.

Por ejemplo, para determinar la ecuación de la recta que tiene pendiente $\frac{2}{3}$ y que corta el eje y en -1, se realiza lo siguiente:

$y = mx + b$ — *Ecuación de la recta.*

$y = \left(\frac{2}{3}\right)x + (-1)$ — *Se remplazan los valores de m y b.*

$y = \frac{2}{3}x - 1$ — *Se realizan operaciones.*



Por lo tanto, la ecuación de la recta es $y = \frac{2}{3}x - 1$.

La representación gráfica de esta recta se obtiene ubicando $b = -1$ en el eje y; luego, a partir de este punto y la pendiente de la recta, se puede hallar otro punto desplazándose 3 unidades en forma horizontal y 2 unidades en forma vertical.

Cuando se conoce la pendiente y un punto

En este caso, primero se remplazan el punto y la pendiente en la ecuación explícita de la recta $y = mx + b$ para obtener el valor de b.

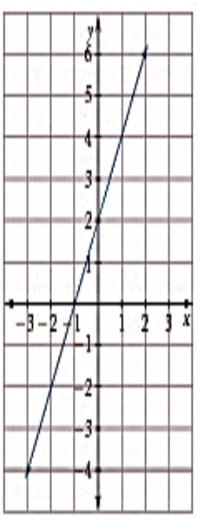
Luego, se determina la ecuación de la recta. Para ello, se remplazan los valores de m y b.

Por ejemplo, para encontrar la ecuación de la recta cuya pendiente es 2 y pasa por el punto $(-1, 0)$, se procede de la siguiente manera. Se determina el valor de b con $m = 2$ y $(x, y) = (-1, 0)$.

$y = mx + b$ — *Ecuación de la recta.*

$0 = (2)(-1) + b$ — *Se remplazan los valores de m y las coordenadas del punto.*

$b = 2$ — *Se despeja b.*



Como $m = 2$ y $b = 2$ se obtiene la ecuación de la recta así:

$$y = mx + b$$
$$y = 2x + 2$$

Por tanto, la ecuación de la recta es $y = 2x + 2$.
La representación de la recta se obtiene al unir los puntos $(-1, 0)$ y $(0, 2)$ con una línea recta, como se muestra en la figura.

Cuando se conocen dos puntos

En este caso, primero se halla la pendiente mediante la fórmula $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ con las coordenadas de los dos puntos.

Luego, con la pendiente m y cualquiera de los puntos conocidos, se halla el valor de b en la ecuación $y = mx + b$ y se procede igual que en el caso anterior.

Por ejemplo, para hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(2, 1)$ y $(3, 6)$ se realizan los siguientes pasos:

Primero, se encuentra la pendiente m.

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ — *Pendiente de la recta.*

$= \frac{6 - 1}{3 - 2}$ — *Se remplazan los valores.*

$= 5$

Luego, se halla b con $m = 5$ y $(2, 1)$.

$y = mx + b$ — *Ecuación de la recta.*

$1 = (5)(2) + b$ — *Se remplazan los valores.*

$b = -9$

Por tanto, la ecuación de pendiente $m = 5$ y $b = -9$ es $y = -5x + 11$.

Actividades

Ejercita: 1 Razona: 2-3

1 Encuentra la ecuación explícita de cada una de las siguiente rectas. Indica la pendiente y el intercepto.

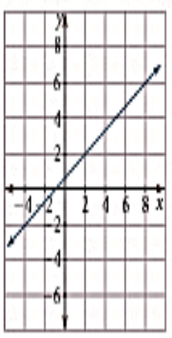
a. $y = 4x - 1$
b. $3y = 2x - 6$
c. $4x - y = 8$
d. $7x + 2y = 10$
e. $-y = -2 + x$
f. $-\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}y = 2$
g. $5 - 2x = 4y$
h. $8 - x = \frac{1}{2}y$
i. $3x - 4y = 7$
j. $x - 1 = 2y$
k. $4x + 6y = 3$
l. $\frac{3}{4}y = \frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$

2 Encuentra la ecuación explícita de la recta, dadas las siguientes condiciones.

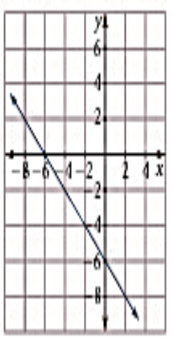
a. Pasa por $(3, 1)$ y la pendiente es -3.
b. Pasa por $(-1, -5)$ y $(3, 6)$.
c. Pasa por $(-3, 5)$ y la pendiente es 2.
d. Pasa por $\left(-\frac{3}{4}, 1\right)$ y $(5, 4)$.
e. Pasa por el punto $(2, 4)$ y es paralela al eje x.
f. Pasa por $(-5, 4)$ y su intercepto con el eje y es -1.

3 Escribe las coordenadas de dos puntos que pertenezcan a la gráfica de cada recta. Luego, encuentra la ecuación explícita de la recta.

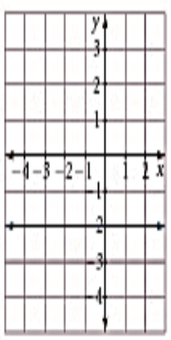
a.



c.



b.

d.

Ecuación general de la recta

La **ecuación general de la recta** es una expresión de la forma $Ax + By + C = 0$, donde A, B y C son números reales.

De la ecuación general se puede despejar y. De esta manera se determina la ecuación explícita y se obtiene el valor de la pendiente m y el intercepto con el eje y.

$Ax + By + C = 0$ — *Ecuación general de la recta.*

$By = -Ax - C$ — *Se resta Ax y C a ambos lados.*

$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$ — *Se despeja y.*

Por lo tanto, para la recta que tiene como ecuación $Ax + By + C = 0$, la pendiente es $m = -\frac{A}{B}$ y el corte con el eje y es $b = -\frac{C}{B}$, para $B \neq 0$.

Si la ecuación de una recta está dada en forma explícita, entonces, su forma general se puede obtener con algunas operaciones algebraicas.

Ejemplos

1 Encontrar la pendiente de la recta y el corte con el eje y de la recta cuya ecuación general es $3x + 2y - 4 = 0$.

Para encontrar la pendiente de la recta y el corte con el eje y se debe expresar la ecuación $3x + 2y - 4 = 0$ en forma explícita. Así:

$3x + 2y - 4 = 0$

$2y = -3x + 4$ — *Se resta $3x$ y se suma 4.*

$y = -\frac{3}{2}x + 2$ — *Se despeja y y se simplifica.*

En la ecuación $y = -\frac{3}{2}x + 2$, se tiene que:

$m = -\frac{3}{2}$ y el corte con el eje y es $(0, 2)$.

2 Expresar la ecuación $y = \frac{5}{4}x - \frac{7}{6}$ en forma general.

$y = \frac{5}{4}x - \frac{7}{6}$

$12 \cdot y = 12 \cdot \frac{5}{4}x - 12 \cdot \frac{7}{6}$ — *Se eliminan los denominadores multiplicando por 12.*

$12y = 15x - 14$ — *Se simplifica.*

$12y - 15x + 14 = 0$ — *Se resta $15x$ y se suma 14.*

$-15x + 12y + 4 = 0$ — *Se organizan los términos.*

Por lo tanto, la ecuación general de la recta es $-15x + 12y + 4 = 0$ donde $A = -15$, $B = 12$ y $C = 4$.

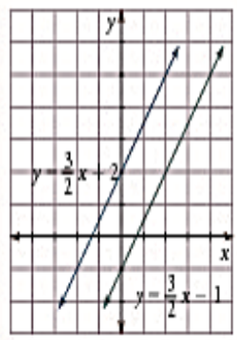
Posición relativa de dos rectas en el plano

Dadas dos rectas diferentes en el plano cartesiano, se pueden presentar tres situaciones: las rectas son paralelas, las rectas son perpendiculares o las rectas son secantes.

Rectas paralelas

Dos rectas no verticales son **paralelas** si y sólo si sus pendientes son iguales, sean l_1 y l_2 dos rectas cuyas pendientes son m_1 y m_2, respectivamente; se cumple que las rectas son paralelas si y sólo si $m_1 = m_2$.

Por ejemplo, las rectas $l_1: y = \frac{3}{2}x - 1$ y $l_2: y = \frac{3}{2}x + 2$ son paralelas porque al relacionar sus pendientes se tiene:



En $l_1: y = \frac{3}{2}x - 1$ la pendiente es $m_1 = \frac{3}{2}$.

En $l_2: y = \frac{3}{2}x + 2$ la pendiente es $m_2 = \frac{3}{2}$.

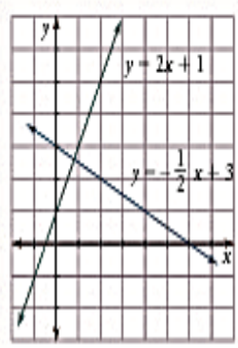
$m_1 = m_2$, luego las rectas son paralelas como se muestra en la figura.

Rectas perpendiculares

Dos rectas son **perpendiculares** si y sólo si el producto de sus pendientes es igual a -1.

Dos rectas l_1 y l_2, con pendientes m_1 y m_2, respectivamente, son perpendiculares si y sólo si, $m_1 \cdot m_2 = -1$.

Por ejemplo, las rectas $l_1: y = 2x + 1$ y $l_2: y = -\frac{1}{2}x + 3$ son perpendiculares porque:



En $l_1: y = 2x + 1$ la pendiente es $m_1 = 2$.

En $l_2: y = -\frac{1}{2}x + 3$ la pendiente es $m_2 = -\frac{1}{2}$.

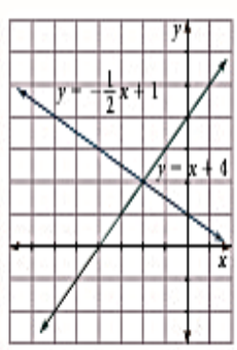
$m_1 \cdot m_2 = (2) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

Como el producto de las pendientes es -1, entonces, las rectas son perpendiculares como se muestra en la figura.

Rectas secantes

Dos rectas son **secantes** cuando se cortan en un único punto sin formar un ángulo recto.

Por ejemplo, las rectas $y = x + 4$ y $y = -\frac{1}{2}x + 1$ no son ni paralelas, ni perpendiculares y se cortan en el punto $(-2, 2)$, por lo tanto, son secantes, como se muestra en la figura.



Actividades

Ejercita: 1-2-3 Razona: 4-5

1 Escribe cada ecuación en su forma general.

a. $y = -\frac{3}{4}x + 1$

b. $2y = 8x - \frac{1}{3}$

c. $\frac{7}{2}x - 4 = \frac{1}{5}y$

d. $-3x + 7 = -2x + 5y$

2 Determina la posición relativa de cada par de rectas. Luego, grafícalas en el plano cartesiano.

a. $\begin{cases} y + 4 = 3x \\ 4x - y = 7 \end{cases}$

b. $\begin{cases} x + 4 = y \\ y - x = -3 \end{cases}$

c. $\begin{cases} 3x = y + 4 \\ 4x - y = -7 \end{cases}$

d. $\begin{cases} y = 4x + 5 \\ 2y - 8x = 11 \end{cases}$

e. $\begin{cases} 5y = 4x + 10 \\ 4y + 5x = 4 \end{cases}$

f. $\begin{cases} y = 4x - 5 \\ 4y = 8 - x \end{cases}$

g. $\begin{cases} x + 6 = y \\ 2 - y = x \end{cases}$

h. $\begin{cases} 3x + 4 = -\frac{2(y-3)}{5} \\ 2y = -15x + 1 \end{cases}$

i. $\begin{cases} y = -7x - 9 \\ -3y = 21x + 7 \end{cases}$

j. $\begin{cases} 4x + 5y = 20 \\ 5x - 4y = 20 \end{cases}$

k. $\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 6x + 9y = 32 \end{cases}$

l. $\begin{cases} 2x - 7 = y \\ y - 2x = 8 \end{cases}$

m. $\begin{cases} 3x = 1 - 6y \\ y = \frac{1}{2}x \end{cases}$

n. $\begin{cases} y = -3 \\ 2x - 3 = y \end{cases}$

o. $\begin{cases} y = -3x + 4 \\ -2 + 3x = 2y \end{cases}$

p. $\begin{cases} 3(y-3) + x = 0 \\ x = \frac{y-2}{3} \end{cases}$

3 Escribe una ecuación general de la recta que pasa por el punto dado y es perpendicular a la recta dada.

a. $(0, 0); y = -2x + 6$

b. $(3, -2); 3x + 4y = 5$

c. $(-6, 3); x + 3y = -12$

d. $(0, 9); 2x + 5y = 7$

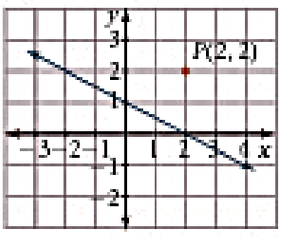
e. $(2, 5); 2x + y = -3$

f. $(-3, -4); 2 + 3x = 6y$

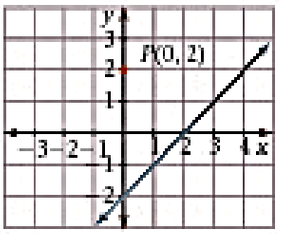
g. $(1, -5); x = -\frac{3}{4}y + 5$

4 Encuentra la ecuación general de la recta que pasa por el punto P y es paralela a la recta representada.

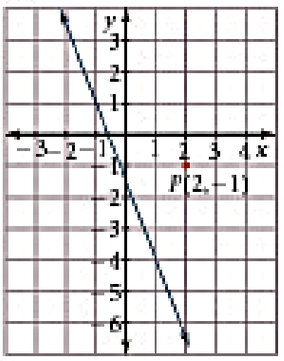
a.



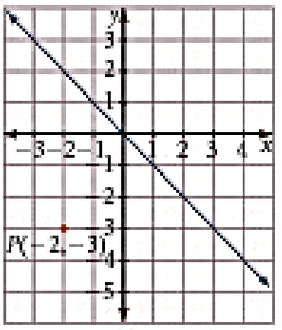
d.



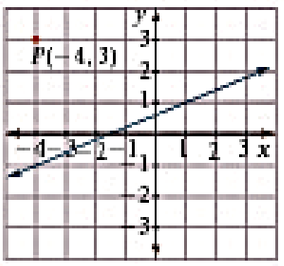
b.



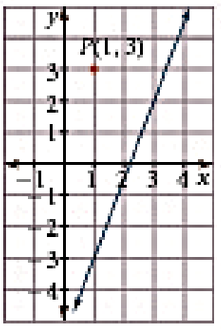
e.



c.



f.



5 Escribe V, si la afirmación es verdadera y F, si es falsa. Justifica tu respuesta.

Sean l_1 y l_2 dos rectas cuyas pendientes son m_1 y m_2, respectivamente.

a. Si l_1 y l_2 son paralelas, entonces, se cumple que $m_1 = 2m_2$.

b. Si l_1 y l_2 son perpendiculares se cumple que $m_1 = \frac{1}{m_2}$.

c. Si l_1 es secante a l_2 se cumple que $m_1 = 4m_2$.

d. Si l_1 y l_2 son paralelas se cumple que $m_1 - m_2 = 0$.

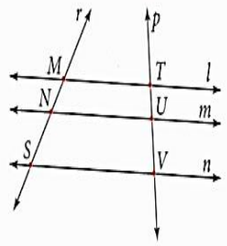
e. Si l_1 tiene pendiente $m_1 = -5$, entonces, una recta perpendicular a ella debe tener pendiente positiva.

TEOREMA DE THALES.

Si varias rectas paralelas son cortadas por dos secantes, entonces, los segmentos determinados sobre las secantes son proporcionales. EJEMPLO.

Por ejemplo, si las rectas l, m y n son paralelas y r y p son secantes se cumple que:

$$\frac{\overline{MN}}{\overline{TU}} = \frac{\overline{NS}}{\overline{UV}}$$



Hallar la media de $\overline{PQ}$ si $\overline{AD} \parallel \overline{BP} \parallel \overline{CQ}$, $BC = 3AB$ y $DP = 2{,}4$ cm.

Se aplica el teorema de Tales de tal forma que:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DP}}{\overline{PQ}}$$

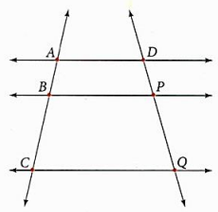
Luego, se realiza el siguiente procedimiento:

$\frac{\overline{AB}}{3\overline{AB}} = \frac{2{,}4}{PQ}$ *Se remplaza.*

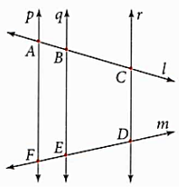
$\frac{1}{3} = \frac{2{,}4}{PQ}$ *Se simplifica.*

$\overline{PQ} = 7{,}2$ *Se despeja PQ.*

Por tanto, la medida de $\overline{PQ}$ es 7,2 cm.



Determinar cuánto mide FE si las rectas p, q y r son paralelas, l y m son secantes y las medidas de AB, BC y ED son 3 cm, 7 cm y 6 cm, respectivamente.



Como las rectas p, q y r son paralelas, se plantea la proporción: $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{ED}}$.

Luego, se remplazan las medidas dadas.

$$\frac{3}{7} = \frac{\overline{EF}}{6}$$

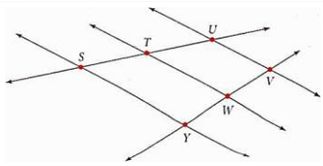
Finalmente, se despeja $\overline{EF}$.

$$\overline{EF} = \frac{3 \times 6}{7} = \frac{18}{7} \approx 2{,}571$$

Por tanto, la medida de $\overline{FE}$ es aproximadamente 2,571 cm.

Consecuencias del teorema de Tales

Como consecuencias del teorema de Tales se tienen, entre otras, las siguientes:

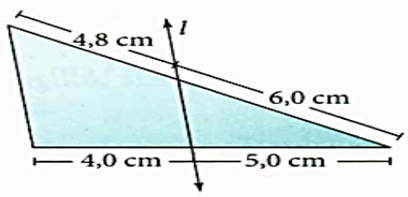
Recíproco del teorema de Tales. Si varias rectas son cortadas por dos secantes y los segmentos determinados sobre las secantes son proporcionales, entonces, las rectas son paralelas: Por ejemplo, si $\frac{ST}{TU} = \frac{YW}{WV}$ entonces: las rectas $ST \parallel TW \parallel UV$.	

Ejemplo

Una recta l interseca a dos lados de un triángulo de tal forma que al primero lo divide en dos segmentos de 4 cm y 5 cm, y al segundo lo divide en dos segmentos de 4,8 cm y 6 cm. Determinar si l es paralela al tercer lado del triángulo.

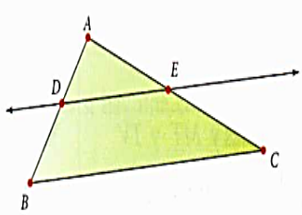
Para saber si las rectas son paralelas, se halla la razón entre las medidas de los segmentos que resultan de la intersección de la recta con los dos lados del triángulo. Por tanto, se tiene que:

$$\frac{4{,}8 \text{ cm}}{6 \text{ cm}} = 0{,}8 \text{ y } \frac{4 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = 0{,}8$$



Como las dos razones son iguales, los segmentos son proporcionales. Así, por el recíproco del teorema fundamental de la proporcionalidad, la recta l es paralela al tercer lado del triángulo.

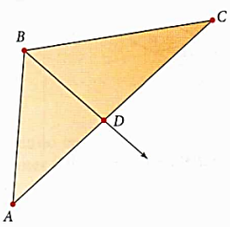
Teorema fundamental de la proporcionalidad. Si una recta interseca a dos lados de un triángulo y es paralela al tercer lado, entonces, los segmentos en que divide los dos lados son proporcionales. Por ejemplo, si $\overleftrightarrow{DE}$ interseca a $\overline{AB}$ y a $\overline{AC}$, y $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ entonces $\frac{\overline{AD}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}$.



Recíproco del teorema fundamental de la proporcionalidad. Si una recta interseca dos lados del triángulo y los divide en segmentos proporcionales, entonces, esa recta es paralela al otro lado del triángulo. Por ejemplo, si $\frac{\overline{AD}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}$, entonces, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$.

Otra consecuencia del teorema de Tales relacionada con la bisectriz del ángulo interno de un triángulo es la siguiente:

La bisectriz de un ángulo interno de un triángulo divide el lado opuesto en dos segmentos proporcionales a los otros dos lados del triángulo. Por ejemplo, si $\overline{BD}$ es la bisectriz del $\sphericalangle B$, entonces, $\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{CB}}$.



Actividades

1 Determina cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas y cuáles son falsas, según el texto explicativo de las páginas 218 y 219.

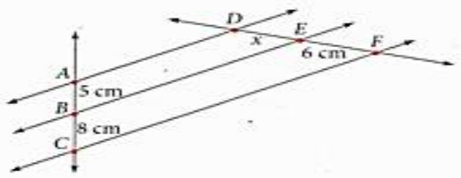
a. Si varias rectas son cortadas por dos secantes y los segmentos que se determinan sobre las secantes son proporcionales, entonces, las rectas son paralelas.

b. Si una recta interseca a dos lados de un triángulo y los divide en segmentos proporcionales, entonces, la recta es perpendicular al otro lado del triángulo.

c. Si $\overline{MT}$, $\overline{UN}$ y $\overline{SV}$ son paralelas y $\overline{MT}$ y $\overline{TV}$ son secantes, entonces, $\frac{UV}{TU} = \frac{NS}{MN}$.

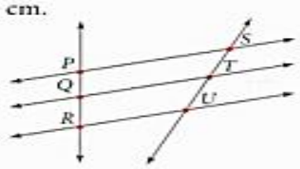
d. Si en el $\triangle ABC$ se cumple que $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$, de tal forma que $\overline{DE}$ interseca a $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$, entonces, $\frac{DE}{DB} = \frac{AE}{BC}$.

2 Encuentra el valor de x, si $\overline{AD} \parallel \overline{BE} \parallel \overline{OF}$.

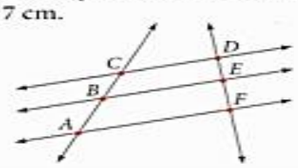


3 Encuentra la longitud del segmento en cada caso.

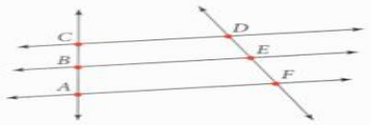
a. Halla la medida de $\overline{QR}$, si $PQ = 7$ cm, $ST = 9$ cm y $SU = 20$ cm.



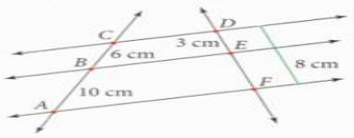
b. Encuentra DE y EF, si $AB = 5$ cm, $BC = 3$ cm y $DF = 7$ cm.



4 Halla las medidas de AB, BC, DE y EF si se sabe que $\overline{CD} \parallel \overline{BE} \parallel \overline{AF}$, que la razón entre AB y BC es de 3 a 2; que BC es cuatro unidades menor que AB y que EF es 3 unidades mayor que DE.

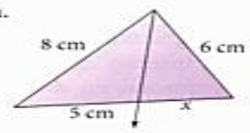


5 Demuestra que $\overline{CD} \parallel \overline{BE} \parallel \overline{AF}$.

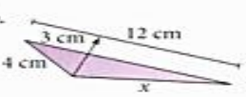


6 Halla el valor de x si en cada triángulo se muestra la bisectriz de un ángulo interno.

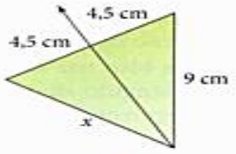
a.



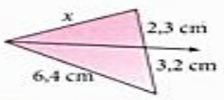
b.



c.

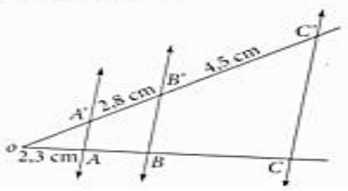


d.



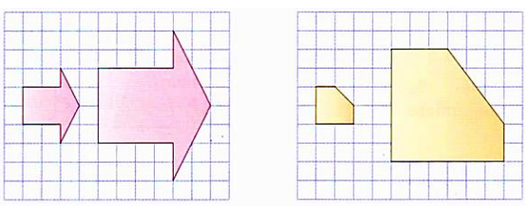
Soluciona problemas

7 En la figura, la razón $\frac{OB}{OB'} = 0{,}8$.
Calcula OA', AB y BC.



Polígonos semejantes

Dos figuras son semejantes cuando tienen la misma forma, aunque tengan diferente tamaño. Por ejemplo, una fotografía es una imagen semejante al objeto fotografiado, una copia ampliada es semejante al objeto fotocopiado y un mapa a escala es semejante a la región representada. De igual forma, los siguientes polígonos son semejantes:



Se puede observar que dos polígonos son semejantes si hay una correspondencia entre los vértices de tal manera, que:

- Los ángulos correspondientes son congruentes.
- Los lados correspondientes son proporcionales.

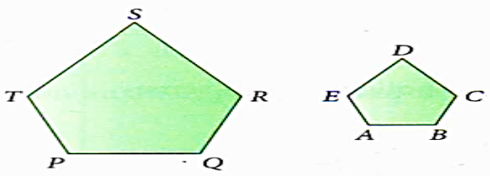
Por ejemplo, si el polígono $PQRST$ es semejante al polígono $ABCDE$ se cumple que:

Los ángulos correspondientes son congruentes.

$\measuredangle P \cong \measuredangle A$, $\measuredangle Q \cong \measuredangle B$, $\measuredangle R \cong \measuredangle C$, $\measuredangle S \cong \measuredangle D$, $\measuredangle T \cong \measuredangle E$.

Los lados correspondientes son proporcionales:

$$\frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC} = \frac{RS}{CD} = \frac{ST}{DE} = \frac{TP}{EA}$$



Ejemplo

Determinar si los polígonos son semejantes teniendo en cuenta que en el cuadrado *EFGH* cada lado mide 3 cm y las dimensiones del rectángulo *LMNO* son 3 cm de ancho por 6 cm de largo.

Se debe verificar las dos condiciones necesarias para que dos polígonos sean semejantes.

- Como las dos figuras son un cuadrado y un rectángulo, sus ángulos internos miden 90°, con lo cual se cumple la primera condición.
- Al establecer las razones entre los lados correspondientes de ambos cuadriláteros se cumple que $\frac{EF}{OL} = \frac{3}{3} = 1$ y $\frac{FG}{LM} = \frac{3}{6} = 0{,}5$. Como las razones no son iguales, los lados no son proporcionales. En consecuencia, los polígonos *FGHE* y *LMNO* no son semejantes.

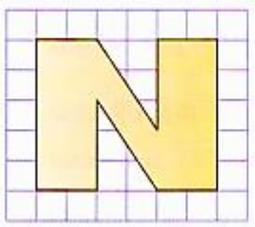
Actividades

1 Determina si los polígonos indicados son o no son semejantes, de acuerdo con el texto explicativo de la página 221.

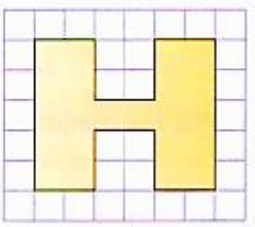
a. Dos triángulos equiláteros.
b. Dos rectángulos.
c. Dos cuadrados.
d. Dos polígonos regulares con el mismo número de lados.

2 Traza en una hoja cuadriculada dos polígonos semejantes a cada uno de los polígonos dados.

a.

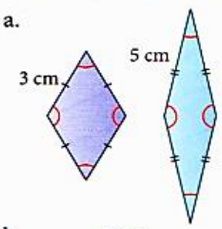


b.

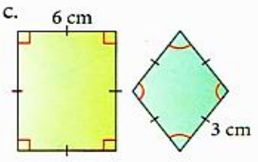


3 Determina si las parejas de polígonos son semejantes. Justifica tu respuesta.

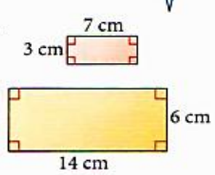
a.



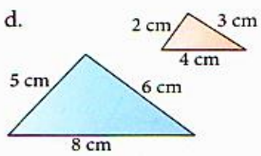
c.



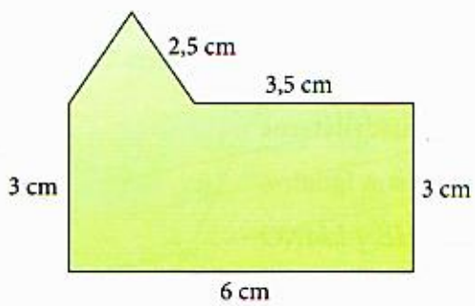
b.



d.

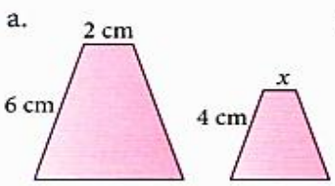


4 Dibuja un polígono semejante al de la figura de tal manera que la razón entre los lados correspondientes sea de 2 a 5.

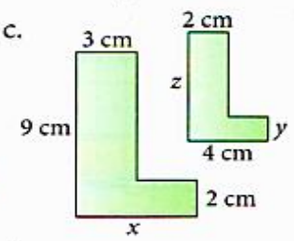


5 Halla los valores desconocidos, teniendo en cuenta que cada par de polígonos son semejantes.

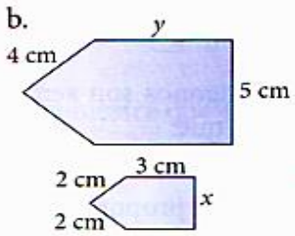
a.



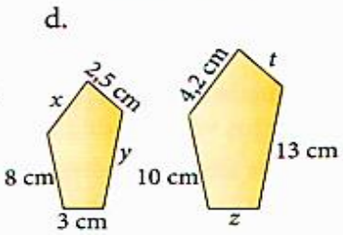
c.



b.



d.



6 A un dibujo de 13 cm de ancho por 20 cm de alto se le saca una fotocopia ampliada en la que el alto mide 50 cm. ¿Cuánto mide el ancho del dibujo en la fotocopia ampliada?

7 Los planos y los mapas se realizan a una determinada *escala*.

La escala es la razón entre la medida de una distancia del plano y la medida de una distancia real. De acuerdo con esto responde:

a. Si el plano de construcción de una vivienda está diseñado a escala $\frac{1}{50}$ y el ancho del terreno en el plano es de 13 cm, ¿cuál es el ancho en metros del terreno?
b. Si las dimensiones de una de las habitaciones en el plano son 4 cm por 6 cm, ¿cuáles son las dimensiones reales de la habitación en metros?

Semejanza de triángulos

Para que dos triángulos sean semejantes deben cumplir las siguientes condiciones:

- Los ángulos correspondientes son congruentes.
- Los lados correspondientes son proporcionales.

Por ejemplo, en la figura 1, si el $\triangle ABC$ es semejante con el $\triangle DEF$, se escribe $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ y se cumple que:

- Los ángulos correspondientes son congruentes $\measuredangle A \cong \measuredangle D$, $\measuredangle B \cong \measuredangle E$, $\measuredangle C \cong \measuredangle F$.
- Los lados correspondientes son proporcionales. $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

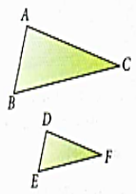
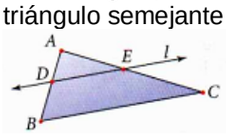


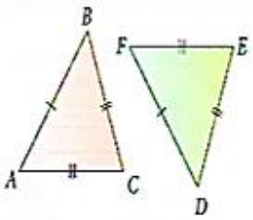
Figura 1

TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA SEMEJANZA O CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS.
Si una recta interseca (corta) dos lados de un triángulo, entonces, determina un triángulo semejante al triángulo dado.



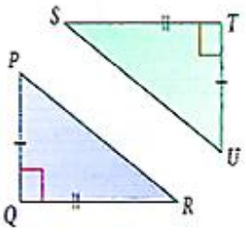
Primer criterio de congruencia

Lado, lado, lado (LLL). Si los tres lados de un triángulo son respectivamente congruentes con los tres lados de otro triángulo, entonces los dos triángulos son congruentes.



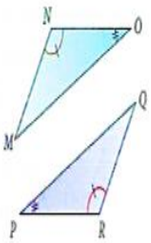
Segundo criterio de congruencia

Lado, ángulo, lado (LAL). Si los dos lados de un triángulo, y el ángulo formado por estos, son congruentes con dos lados de otro triángulo, y el ángulo formado por estos respectivamente, entonces los dos triángulos son congruentes.



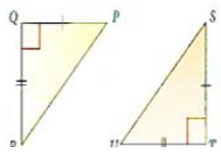
Tercer criterio de congruencia

Ángulo, lado, ángulo (ALA). Si dos ángulos de un triángulo y el lado comprendido entre ellos, son congruentes, con los correspondientes ángulos de otro triángulo y el lado comprendido entre ellos, los dos triángulos son congruentes.



Ejemplo

Determinar el criterio de congruencia que permite demostrar que el $\triangle PQ$ $\triangle STU$ son congruentes. Tener en cuenta que: $\overline{PQ} \cong \overline{ST}$ y $\overline{QR} \cong \overline{TU}$.



Como $\overline{PQ} \cong \overline{ST}$ y $\overline{QR} \cong \overline{TU}$ se tienen dos lados correspondientes que son congruentes. Además, se tiene que el $\measuredangle STU \cong \measuredangle PQR$, puesto que son ángulos rectos y en consecuencia la medida de ambos es 90°.

Por tanto, el $\triangle PQR \cong \triangle STU$ por el criterio LAL (lado, ángulo, lado).

Se puede observar que en este caso, la proposición $\measuredangle STU \cong \measuredangle PQR$ no se escribió en el enunciado del ejemplo como parte de la hipótesis. No obstante, en la figura se indicaron los ángulos rectos y por esto la proposición se adoptó como parte de la hipótesis.

Semejanza de triángulos rectángulos

Dos triángulos rectángulos son semejantes si cumplen con los siguientes criterios:

Tienen un ángulo agudo congruente. Si dos triángulos rectángulos tienen un ángulo agudo congruente, entonces, los triángulos son semejantes. Esto es consecuencia del criterio AA de semejanza de triángulos, ya que los ángulos correspondientes que son congruentes son el ángulo agudo y el ángulo recto.

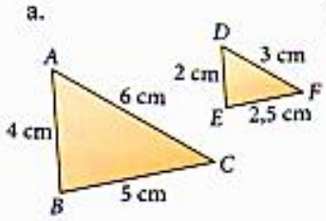
Las medidas de sus catetos son proporcionales. Si los catetos correspondientes de dos triángulos rectángulos son congruentes, los triángulos son semejantes. Esto es consecuencia del criterio LAL de semejanza, puesto que los catetos son proporcionales y los ángulos rectos comprendidos entre estos son congruentes.

Las medidas de uno de los catetos y las hipotenusas son proporcionales. Si la razón entre un par de catetos correspondientes y las hipotenusas es la misma, entonces, los triángulos son semejantes. En este caso, la proposición no es consecuencia directa de los criterios de semejanza, por tanto, es necesario hacer la demostración.

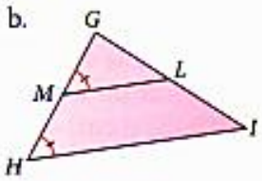
Actividades

1 Determina qué criterio permite demostrar la semejanza entre cada par de triángulos. Justifica tu respuesta.

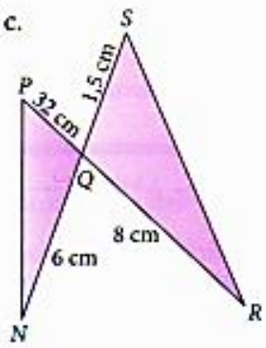
a.



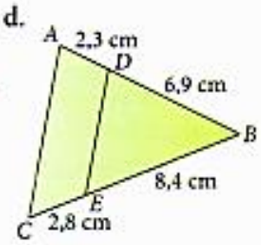
b.



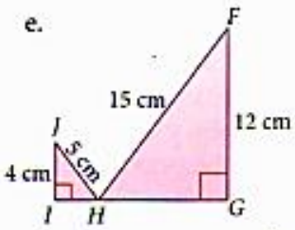
c.



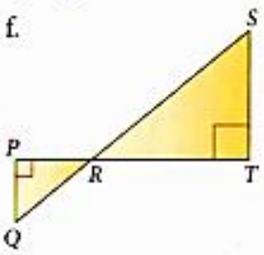
d.



e.

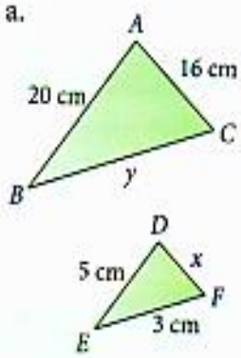


f.

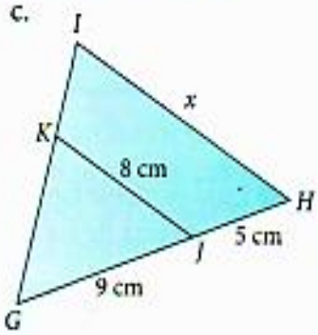


2 Halla el valor desconocido en cada caso, teniendo en cuenta que los triángulos son semejantes.

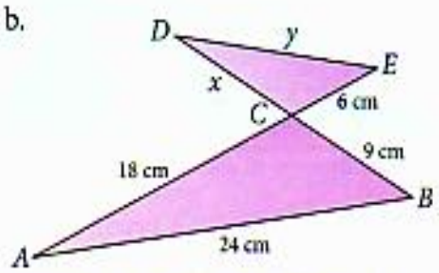
a.



c.

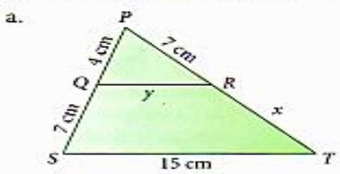


b.

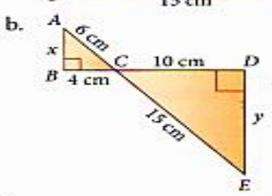


3 Demuestra la semejanza entre cada par de triángulos. Luego, halla los valores desconocidos.

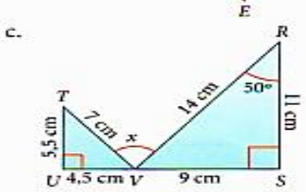
a.



b.



c.

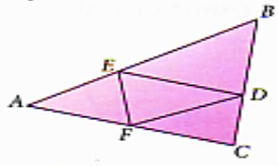


4 Determina cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas y cuáles son falsas. Justifica tu respuesta.

a. Dos triángulos isósceles siempre son semejantes.
b. Dos triángulos rectángulos siempre son semejantes.
c. Todos los triángulos rectángulos isósceles son semejantes.
d. Si dos triángulos son semejantes, entonces, los triángulos son equiláteros.
e. Si dos triángulos son semejantes y uno de ellos es escaleno, entonces, el otro triángulo también es escaleno.

5 Encuentra el valor de EF y el valor de DF, si:

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$
$AB = 12$ cm,
$BC = 8$ cm,
$AC = 10$ cm y
$DE = 6$ cm



ÁREA: MATEMÁTICAS ASIGNATURA: ESTADÍSTICA GRADO: NOVENO PERIODO: SEMANA 1 A 10

Exploremos

Asignatura: Estadística

OBJETIVO: Encuentra el número de posibles resultados de experimentos aleatorios, con reemplazo y sin reemplazo, usando técnicas de conteo adecuadas, y argumenta la selección realizada en el contexto de la situación abordada. Encuentra la probabilidad de eventos aleatorios compuestos.

EXPERIMENTOS ALEATORIOS, CON REEMPLAZO Y SIN REEMPLAZO.

Al hablar de experimentos se hace de la manera más amplia posible, es decir, no sólo incluyen hechos asociados a situaciones experimentales en un laboratorio, sino también se contemplan cualesquiera otras situaciones que den origen a sucesos de interés.

En general a la ciencia Estadística y en particular a la teoría de la probabilidad, les interesa y fundamentan su desarrollo y aplicación en los denominados **experimentos aleatorios.**

Se puede considerar que los **experimentos aleatorios**, es cualquier acción o proceso que no tiene certeza de su resultado final, hasta tanto no se ejecute. Este tipo de experimento debe satisfacer con los siguientes requerimientos:

- Puede repetir un número ilimitado de veces bajo las mismas condiciones.
- Es posible conocer por adelantado todos los posibles resultados a que puede dar origen.
- No puede predecirse con exactitud un resultado en una realización particular del experimento

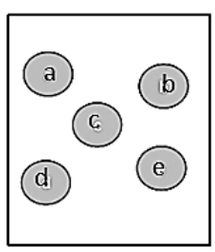
Ejemplos:
- Lanza una moneda
- Lanzar un dado
- Medir la cantidad de milímetros de lluvia caídos
- Elegir un número al azar

EXPERIMENTOS CON REEMPLAZO

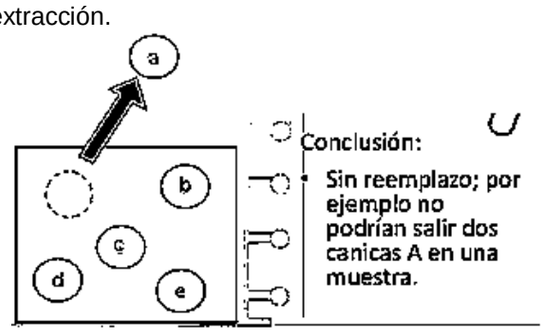
Extracciones CON REEMPLAZO, será cuando lo extraído se devuelva dónde estaba tras mirar el resultado, antes de la siguiente extracción.

Ejemplo: supongamos que tenemos una caja con 5 canicas con las letras a, b, c, d, e y se le pide que tome una muestra de dos canicas y anote el resultado.

Con reemplazo: tomamos una canica anotas el resultado y la devuelves a la caja (esa acción seria el reemplazo) y tomas la segunda canica anotas el resultado y la devuelves la caja



EXPERIMENTOS SIN REEMPLAZO.
Extracción SIN REEMPLAZO, será cuando lo extraído NO se devuelva dónde estaba tras mirar el resultado, antes de la siguiente extracción.



Conclusión:
- **Sin reemplazo; por ejemplo no podrían salir dos canicas A en una muestra.**

es decir, que la canica "**a**" no regresara a la caja para ser seleccionada nuevamente.

ACTIVIDAD 1- ESTADÍSTICA. Copia y desarrolla el ejercicio en una hoja o cuaderno.

1. Determina de los siguientes ejemplos cuales pertenecen a experimentos aleatorios:
   a. Sacar sin mirar un yogurt de una nevera en la que hay yogures de cuatro sabores: fresa, limón, natural y mora.
   b. Girar una ruleta que tiene los números del 1 al 10.
   c. Contar el número de personas que suben a un bus en una estación.
   d. Aplicar el teorema de Pitágoras a un triángulo rectángulo.
   e. Saber el ganador de la próxima Liga de Campeones.

2. Lea cada una de las siguientes situaciones y elega si pertenecea a un experimento con reemplazo o sin replazo:
   a. Una caja contiene 8 bolas, 6 rojas y 2 negras. Se realiza dos extracciones reponiendo la bola extraida a la caja antes de la siguiente extracción.
   b. De una balotara se secan los cuatro primeros para seleccionar el ganador. Tan pronto sale cada balota se van colocando en un tablero.
   c. En un juego con las cartas, gana el jugador que saque dos de ellas que al sumar sus valores de el mayor valor. El primer jugador escoge dos y las retorna para que el segundo nuevamente las escoja de mazo de cartas
   d. Tres personas lanzan un dado para escoger el que inicia una partida de un juego.

3. Escriba un ejemplo en el que se pueda ver un experimento aleatorio sin reemplazo.

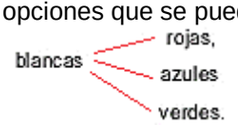
TÉCNICAS DE CONTEO

También conocida como análisis combinatorio; permite determinar el número posible de resultados lógicos que cabe esperar al realizar algún experimento o evento sin necesidad de enumerarlos todos. Se presentarán dos técnicas de conteo: una el Diagrama de Árbol y la otra el Principio Multiplicativo.

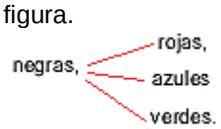
DIAGRAMA DE ARBOL

El diagrama de árbol es una herramienta que se utiliza para determinar si en realidad en el cálculo de muchas opciones se requiere conocer el número de objetos que forman parte del espacio muestral. Veamos un ejemplo:

1. En un equipo de microfútbol dispone de las siguientes prendas para su uniforme: de pantaloneta blanca o negra y de una camiseta roja, azul o verde. ¿De cuantas maneras se puede armar el uniforma para un partido?
   RESPUESTA:
   A partir de la situación planteada podemos determinar que el uniforma está compuesto por dos pantalonetas y tres camisetas, es decir, que la pantaloneta blanca se puede lucir con la camiseta roja, azul o verde, dando tres opciones que se pueden ver en el siguiente diagrama.



   La pantaloneta negra la pueden lucir con la camiseta roja, azul o verde y se puede representar en la siguiente figura.



   La unión de los diagramas anteriores permite construir el Diagrama de Árbol y podemos visualizar las posibilidades combinaciones que tiene el uniforme. En ella se pueden ver los elementos del uniforme y las líneas que los relaciona. De esta forma podemos identificar que hay 6 formas para armar el uniforme.

   PRINCIPIO MULTIPLICATIVO.
   El **principio multiplicativo** es una técnica que se utiliza para resolver problemas de conteo para hallar la solución sin que sea necesario enumerar sus elementos. Retomando el ejemplo anterior del uniforme de microfútbol. Consiste en identificar los grupos de elementos que existe. El primer conjunto es el de las pantalonetas y tiene dos elementos. El otro conjunto es las camisetas y consta de tres elementos. Ahora hacemos una multiplicación con estas cantidades (2 X 3) y esta operación nos permitirá determinar la cantidad de formas en las que podemos armar el uniforme.

$$2 \times 3 = 6$$

ACTIVIDAD 2- ESTADÍSTICA. Copia y desarrolla el ejercicio en una hoja o cuaderno.
Plantee el Diagrama de Árbol y el Principio Multiplicativo en cada uno de los siguientes casos.

1. Se tira una moneda y un dado señale los resultados posibles.
2. Se tira una moneda y posteriormente se saca una bola de la urna que tiene una balota roja, una azul y una verde. Escribe lo posibles resultados.
3. Se tiene tres tarjetas en una bolsa una de color blanco, una de azul y una de amarrillo, si se sacan dos tarjetas al mismo tiempo cuantas opciones tengo para obtener dos tarjetas.
4. La tía de Mariana observa sus pantalones uno de ellos liso y el otro rayado. Además, cuenta con tres blusas una blanca, una gris y una negra. Y tiene sandalias bajas o de tacón. ¿De cuántas formas diferentes pude combinar el vestuario?

PROBABILIDAD DE EVENTOS- EVENTOS ALEATORIOS COMPUESTOS

PROBABILIDAD

Recuerde que la probabilidad de ocurrencia de un suceso está dada por la expresión:

$$P = \frac{\#\ casos\ favorables}{\#\ casos\ posibles}$$

Los **casos favorables** son determinados por el número de elementos del evento del cual se calcula la probabilidad.

Los **casos posibles** son determinados por el número de elementos del espacio muestral.

Ejemplo:

Si se desea sacar una de las siguientes esferas al azar,

¿Cuál es la probabilidad de extraer una esfera con número par?

Respuestas:

$\frac{4 \rightarrow \text{casos favorables } 4}{6 \rightarrow \text{ casos posible } 6}$

Ahora ¿Cuál es la probabilidad de extraer una esfera impar?

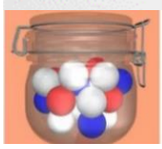
Respuesta:

$\frac{2 \rightarrow \text{caos favorables}}{6 \rightarrow \text{casos posibles}}$

Ejemplo 1: ¿cuál es la probabilidad de escoger un día que caiga el fin de semana (sábado y domingo) cuando se escoge al azar un día de la semana?

$= \frac{2}{7} = 0.2857 \rightarrow \boxed{28.57\%}$

Ejemplo 2: Un recipiente contiene 4 canicas azules, 5 canicas rojas, y 11 canicas blancas. Si se saca una canica del recipiente al azar, ¿cuál es la probabilidad de sacar una canica roja?



$= \frac{5}{20} = 0.25 \rightarrow \boxed{25\%}$

EVENTOS ALEATORIOS SIMPLES Y COMPUESTOS

Los eventos aleatorios son conjuntos que pueden contener un solo elemento, una infinidad de elementos, y también no contener ningún elemento.

Ejemplo:

Al lanzar dos monedas podemos observar varios eventos, entre ellos encontramos:

- Que las monedas solo muestren cara.
- Que las monedas solo muestres sello.
- Que una moneda quede cara y la otro sello.

Y así podemos encontrar muchos otros ejemplos de eventos en el lanzamiento de los dados.

EVENTO SENCILLO

Se considera como evento simple o sencillo cuando el resultado del evento solo tiene una posibilidad. Por ejemplo en el lanzamiento de dos monedas se proponga que la primera moneda muestre cara y la segunda sello. Solo hay una posibilidad.

EVENTO COMPUESTO

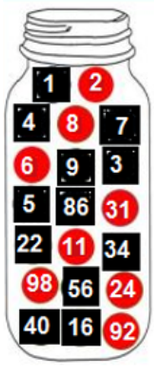
En el caso del evento compuesto, se considera como tal cuando hay varios resultados como consecuencia de dicho evento. Un ejemplo de esto es cuando en el lanzamiento de dos monedas se elige que una de las monedas sea cara. Este evento tiene varia posibilidades:

- que la primera moneda sea cara y la segunta cara
- que la primera moneda sea sello y la segunda cara
- que las dos monedas sean cara

Cuando un evento establece varias opciones se le considera compuesto.

ACTIVIDAD 3- ESTADÍSTICA. Copia y desarrolla el ejercicio en una hoja o cuaderno.

1. Determina la probabilidad en cada evento propuesto:



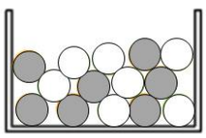
Determinar las probabilidad del evento A: "una ficha cuadrada" P (A) = ——

Determinar las probabilidad del evento B: "una ficha par" P (B) = ——

Determinar las probabilidad del evento C: "una ficha circular" P (C) = ——

Determinar las probabilidad del evento D: "una ficha impar" P (D) = ——

1. Analizar la probabilidad en la siguiente situación y completa los espacios:

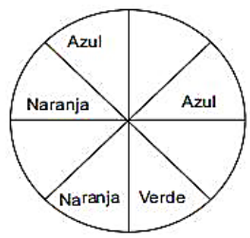


P(○) = —

P(●) = —

2. Pinta la ruleta y completa la información solicitada en la tabla:

	Casos favorables	Casos posibles	Probabilidad
Azul			
Naranja			
Verde			
Blanco			



3. A partir del lanzamiento de tres monedas, determine un evento que se considere sencillo y otro compuesto.

Proyecto de área

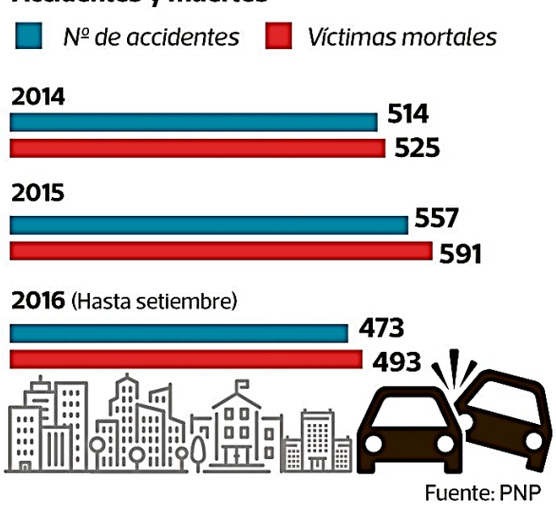
ACTIVIDAD 4- ESTADÍSTICA. Copia y desarrolla el ejercicio en una hoja o cuaderno.

A partir de la información propuesta en la siguiente infografía, responda a las preguntas formuladas.

Principales causas

	2014	2015	2016
Exceso de velocidad	62	162	**40**
Imprudencia del peatón	39	62	**40**
Imprudencia temeraria del conductor	257	197	**254**
Ebriedad del peatón	52	55	**28**
Ebriedad del conductor	48	46	**30**
Negligencia del conductor	32	16	**12**

Accidentes y muertes



1. ¿Cuál fue el año de mayor accidentalidad?
2. Determine la probabilidad de accidentalidad por exceso de velocidad en el 2014 y por ebriedad del conductor en 2016.
3. Concluya cual es la razón por la cual hay mayor accidentalidad

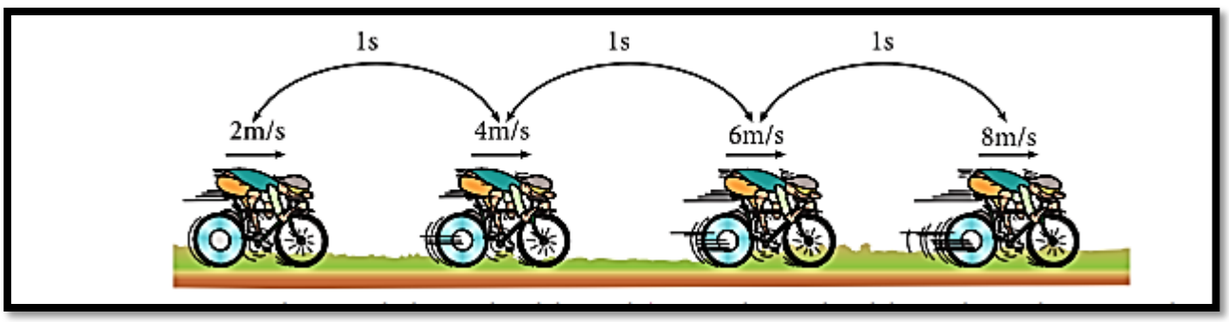
Que propone para disminuir las accidentalidades de vehículos. Justifique su repuesta.

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO

Encontrar el Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (M.R.U.A.) en tu día a día es bastante común.
Ejemplo de MRUA

- Un objeto que dejas caer y no encuentra ningún obstáculo en su camino (caída libre)
- Un esquiador que desciende una cuesta justo antes de llegar a la zona de salto El Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (M.R.U.A.) es también conocido como movimiento rectilíneo uniformemente variado (m.r.u.v) y cumple las siguientes propiedades:
- La trayectoria es una línea recta
- La aceleración es constante a=constante porque no aumenta, ni disminuye, no cambia
- La velocidad instantánea cambia su módulo de manera uniforme: aumenta o disminuye en la misma cantidad por cada unidad de tiempo.
- La aceleración media coincide con la aceleración instantánea para cualquier periodo o intervalo de movimiento

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO MRUA



Notamos que por cada segundo la rapidez del móvil varía en 2 m/s. A esta variación se le conoce como «aceleración».

Características:

- La trayectoria que describe el móvil es en línea recta.
- La aceleración del móvil es constante, es decir, no cambia su valor.
- El valor de la velocidad es variable.

Entonces:

$$\vec{a} = \frac{V_f - V_i}{t} \qquad d = \left(\frac{V_i - V_f}{2}\right) \times t$$

Donde:

d : distancia
t : tiempo
V_i : módulo de la velocidad inicial
V_f : módulo de la velocidad final
a : módulo de la aceleración

	Según el S.I
d	m
t	s
V_i	m/s
V_f	m/s
a	m/s^2

Actividad 1. Asignatura: Física. Laboratorio e informe del Movimiento Rectilíneo Uniformemente acelerado

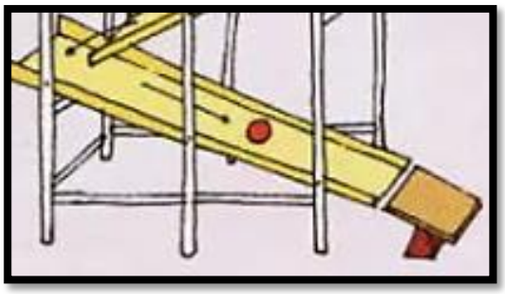
A continuación, te pido que recuerdes los laboratorios que realizamos en cursos anteriores y sus respectivos informes, sin embargo, te hago un breve resumen de lo que debe llevar un informe de laboratorio.

Elementos que debe contener un informe de laboratorio:
1. Objetivo: Relacionar el MRU con fenómenos cotidianos.
2. Marco teórico: Un párrafo donde se elabore un resumen acerca de los temas que se desarrollarán.
3. Procedimiento: descripción paso a paso de lo realizado.
4. Diagrama de montaje: dibujo de las actividades.
5. Tablas y gráficos (cuando sea solicitado)
6. Resultados y ecuaciones (aplicación de las ecuaciones con sus procedimientos)
7. Análisis de resultados y conclusiones (responder a las preguntas y dar a conocer tus ideas acerca del tema)

MATERIALES

1. Cartón o cartulina reciclada (1 m)
2. regla
3. canica pequeña
4. cronometro
5. cinta o silicona

Instrucciones de la práctica de laboratorio

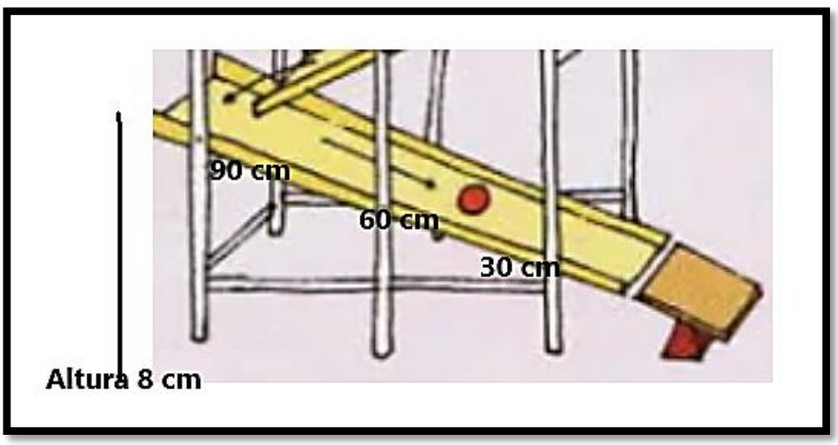


Paso 1

Con la cartulina o el cartón reciclado construye una canaleta más ancha que la canica, de tal forma que esta pueda pasar libremente, tal y como se observa en la imagen. La canaleta debe tener mínimo 92 cm de largo.

Paso 2

Marca en la canaleta distancias de 30 cm, 60 cm y 90 cm e inclínala a una altura de 8 cm como se observa en la figura. Puedes ayudarte de libros que sostengan la canaleta.



Paso 3

Ubica la canica desde la distancia de 30 cm, déjala rodar y toma el tiempo que tarda en caer.

Paso 4

Ubica la canica desde la distancia de 60 cm, déjala rodar y toma el tiempo que tarda en caer.

Paso 5

Ubica la canica desde la distancia de 30 cm, déjala rodar y toma el tiempo que tarda en caer.

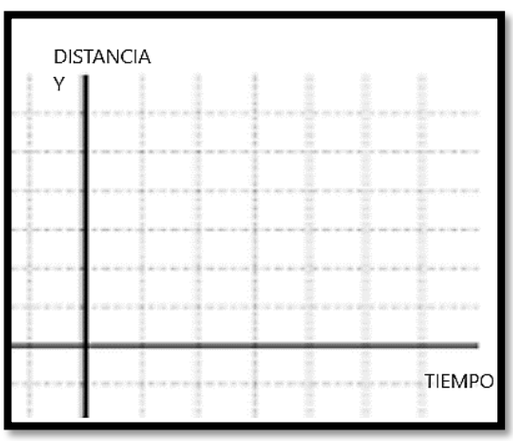
Paso 6

Registra los datos en la siguiente tabla

DISTANCIA EN METROS	**TIEMPO segundos**
0 m (0 cm)	0 segundos
0,3 m (30 cm)	
0,6 m (60 cm)	
0,9 m (90 cm)	

PASO 7

Elabora una gráfica de distancia y tiempo.



Paso 8

Encuentra la aceleración para cada una de las medidas que tomaste con la ayuda de la siguiente ecuación:

$$\boldsymbol{aceleración} = \frac{\boldsymbol{2 \times distancia}}{\boldsymbol{tiempo\ elevado\ al\ cuadrado}} = \boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{2 \times distancia}}{\boldsymbol{(t)^2}}$$

Paso 9

Responde las siguientes preguntas

1. ¿Qué diferencias hay entre el movimiento rectilíneo uniforme y el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado?
2. ¿Puedes considerar que la canica acelera? ¿Por qué?
3. ¿Qué puedes decir de la aceleración en el experimento? ¿Es similar o muy diferente en cada distancia?
4. Menciona tres casos de la cotidianidad en donde observes el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Paso 10

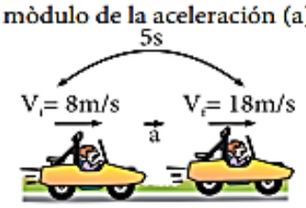
Elabora el informe de laboratorio con las instrucciones dadas al inicio de este documento.

Actividad 2. Asignatura: Física. Aplicación ecuaciones de MRUA

Soluciona cada uno de los problemas con la ayuda de las ecuaciones dadas al inicio de esta guía. Recuerda presentar los procedimientos para que tu trabajo tenga validez.

Nivel básico

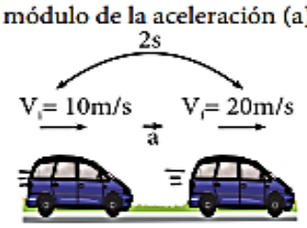
1. Calcula el mòdulo de la aceleración (a).



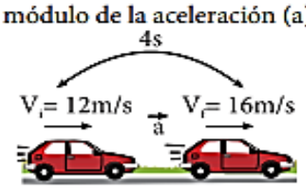
Resolución:

$$a = \frac{V_f - V_i}{t};\quad a = \frac{18-8}{5} = \frac{10}{5} \Rightarrow \boxed{a = 2\,m/s^2}$$

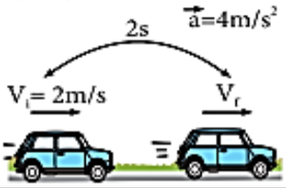
2. Calcula el módulo de la aceleración (a).



3. Calcula el módulo de la aceleración (a).

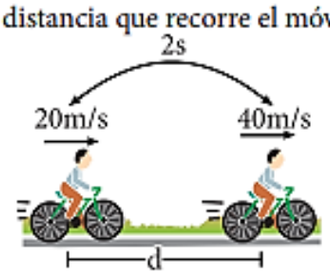


4. Calcula el módulo de la velocidad final (V_f).



Nivel intermedio

5. Calcula la distancia que recorre el móvil:

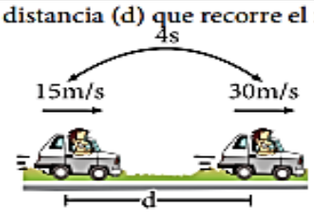


Resolución:

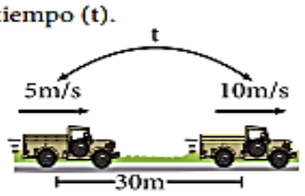
$$d = \left(\frac{V_i + V_f}{2}\right) \times t;\quad d = \left(\frac{20+40}{2}\right) \times 2$$

$$d = 60\ m$$

6. Calcula la distancia (d) que recorre el móvil.

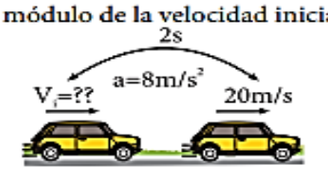


7. Calcula el tiempo (t).



Nivel avanzado

8. Calcula el módulo de la velocidad inicial (V_i).



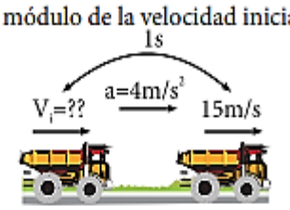
Resolución:

$$a = \frac{V_f - V_i}{t}$$

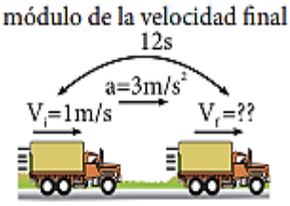
$$8 = \frac{20 - V_i}{2}$$

$$16 = 20 - V_i$$
$$V_i = 20 - 16$$
$$V_i = 4\ m/s$$

9. Calcula el módulo de la velocidad inicial (V_i).



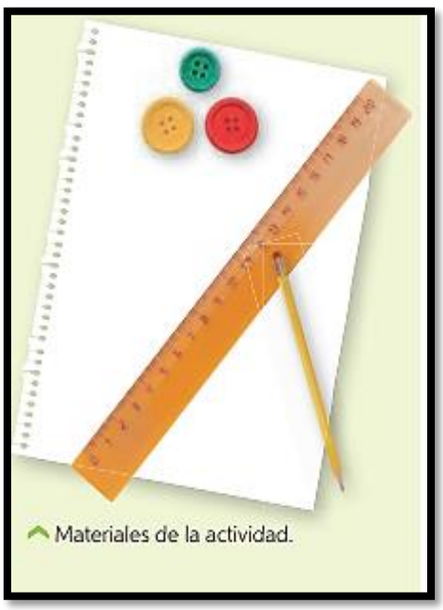
10. Calcula el módulo de la velocidad final (V_f).



Actividad 3. Asignatura: Física. Situaciones del MRUA

Con la ayuda de uno de tus familiares forma una pareja y desarrolla las siguientes actividades. En el trabajo debes incluir los gráficos realizados en el ejercicio en el cuaderno.

Situación 1



Materiales de la actividad.

1. Dibujen una cuadrícula de 6 x 6 en la hoja. Identifiquen las columnas con números del 1 al 6 y las filas con letras de la A a la F.
2. Ubiquen los tres botones en diferentes lugares de la cuadrícula, procurando que queden ubicados al centro de cada cuadrado escogido.
3. Uno de los miembros de la pareja cierre los ojos, mientras el otro mueve alguno o todos los botones.
4. Al abrir los ojos, trata de determinar qué botones se movieron.
5. Realicen nuevamente la experiencia, pero cambiando los roles.

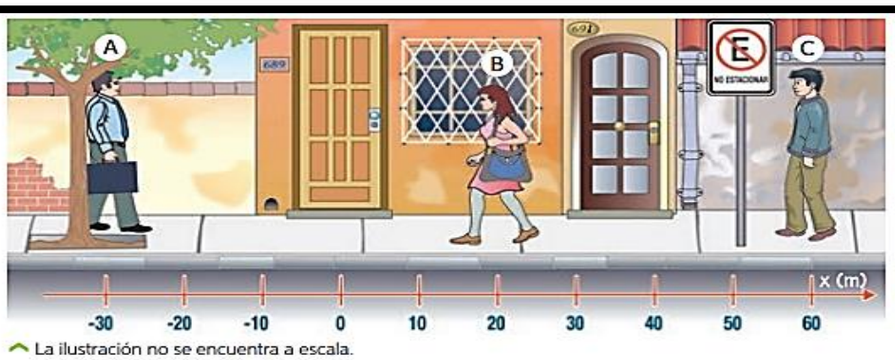
Luego, respondan las siguientes preguntas en relación con la actividad realizada.

a. ¿En qué se fijaron para determinar los botones que se movieron?

b. ¿Cuál es la condición necesaria para afirmar que un objeto se ha movido? ¿Cómo definirían el movimiento? Expliquen.

c. ¿Qué importancia consideran que tiene la observación para la adquisición de nuevos aprendizajes? Fundamenten.

Situación 2



La ilustración no se encuentra a escala.

1. Determinen la posición de las personas A, B y C si el sistema de referencia se ubica en el origen del sistema de coordenadas.
2. Determinen la posición de las personas A y B si el sistema de referencia es la persona C.
3. Comparen las respuestas obtenidas en los puntos 1 y 2. Establezcan diferencias y similitudes. ¿Qué pasó al cambiar el sistema de referencia?
4. ¿Qué conocimientos utilizaron para resolver esta actividad?

Situación 3

Montaje de la actividad.

1. Con su mano, impulsen la bolita de modo que se ponga en movimiento respecto de la mesa (observen la imagen).
2. Luego, déjenla caer desde unos 20 cm de altura. A partir de sus observaciones, respondan las siguientes preguntas:

a. ¿Qué conceptos piensan que están involucrados en la actividad? Escríbanlos.

b. ¿Cuál era el estado de movimiento inicial de la bolita en ambas situaciones? Expliquen.

c. ¿Cómo varió la velocidad de la bolita en la primera situación? Describan.

d. ¿Cómo varió la velocidad de la bolita en la segunda situación? Describan.

e. ¿Cómo pudieron determinar si la bolita cambió de velocidad? Fundamenten.

f. ¿Llegaron a acuerdos para desarrollar el procedimiento para alcanzar los aprendizajes de forma colaborativa?

g. Fueron rigurosos al observar y describir cada una de las situaciones? De no ser así, repitan la experiencia.

Activar Windows
Ve a Configuración pa

Actividad 4. Asignatura: Física. Comparativo entre MRU y MRUA

PROYECTO DE ÁREA

Observa el cuadro comparativo entre el MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME Y EL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO

Diferencias entre el MRU y MRUA

MRU(movimiento rectilíneo uniforme)	MRUA(movimiento rectilíneo uniformemente acelerado)
• El movimiento que se realiza en una sola dirección en el eje horizontal. • La velocidad constante implica magnitud y dirección inalterables. • La magnitud de la velocidad recibe el nombre de rapidez. • Este movimiento no presenta aceleración.	· Es un movimiento cuya trayectoria es una línea recta. · La aceleración se mantiene constante. • La velocidad se incrementa en la misma proporción por cada intervalo de tiempo. • La rapidez y la velocidad media son iguales. • El espacio recorrido en un intervalo de tiempo siempre es mayor que en el intervalo anterior.

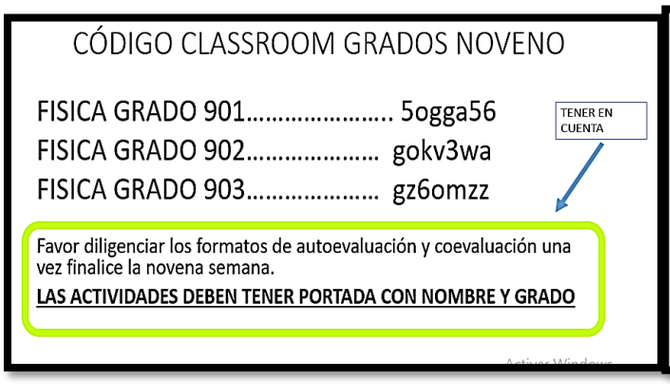
a. Realiza un ejemplo que veas en las guías desarrolladas o en la cotidianidad donde se muestren cada una de las diferencias. Debes realizar un dibujo y su respectiva explicación en cada caso. Puedes basarte en la lectura inicial presentada al inicio de esta guía.

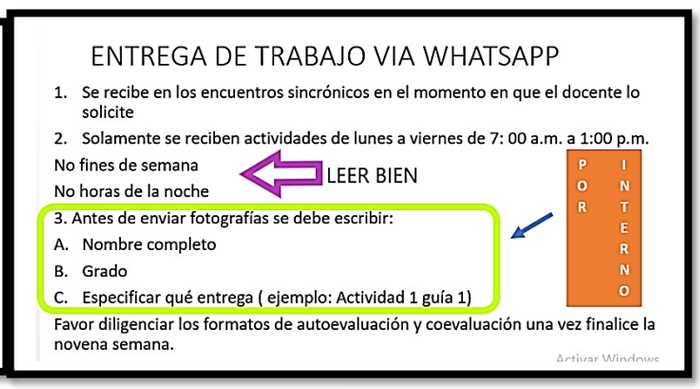
b. Plantea y desarrolla tres problemas en los que se vean las diferencias entre el MRU (desarrollada en la guía anterior) y el MRUA (desarrollada en esta guía). No olvides incluir dibujos, ecuaciones y las unidades correspondientes.

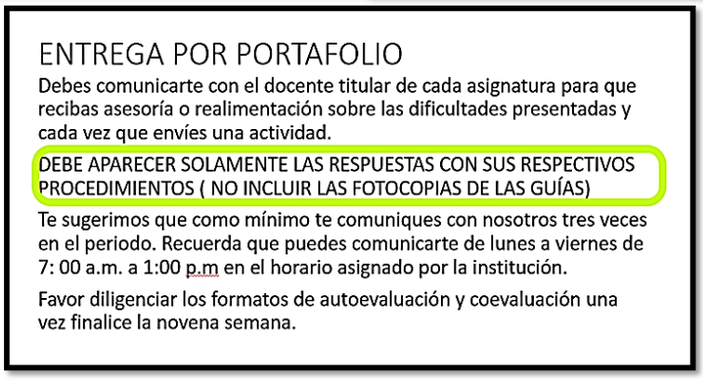
c. Con base en la lectura suministrada al inicio de la guía de matemáticas y física responde:

- ¿Cuándo se hacen marcas en la carretera cuando un carro frena de repente, estamos hablando de MRU o MRUA? Justifica tu respuesta.
- ¿Cuando hay un cambio en la velocidad de un automóvil ya sea que este avance o frene? ¿Se puede hablar de la existencia del MRUA? ¿Qué elementos se presentan en este tipo de movimiento?

INFORMACIÓN IMPORTANTE PARA PARA LA ENTREGA DE ACTIVIDADES







Autoevaluación

Valore autoevaluación y la coevaluación de 2 a 5

Autoevaluación				
1. Desarrollo los ejercicios propuestos en la guía.				
2. Hago las tareas propuestas por el docente a tiempo.				
3. Apunto cuales son mis deberes.				
4. Me pongo a estudiar sin que me lo digan mis padres.				
5. Estudio sin distracciones: televisión y música a alto volumen.				
6. Busco el apoyo de otra persona cuando no entiendo.				
7. Aprovecho el tiempo para cumplir con mis deberes.				
8. Soy respetuoso con mis comentarios.				
9. Me esfuerzo por comprender la información propuesta en la asignatura.				
10. Respondo de forma adecuada los ejercicios de la guía.				
TOTAL				

puntos

puntos

puntos

puntos

TOTAL

Dividido. ÷ 10

NOTA

Coevaluación

Quien evalúa	ACCIONES A EVALUAR	Guía #1	FINAL
Responde la abuela, primo o tío	Tengo buenas relaciones con los miembros de mi familia.		
Responde la mamá (o Acudiente)	Colaboro en casa con actividades domésticas y de ayuda para mi familia.		
Responde el papá (o acudiente)	Soy respetuoso con mis padres y hermanos.		
Responde un hermano	Es responsable con las actividades asignadas		
Responde un amigo	Le gusta ayudar y aconsejar a alguna persona que lo necesite.		
Suma los resultados totales de esta columna y divide por 5			
TOTAL, POR EL1. PERIODO			

INSTITUCIÓN EDUCATIVA GUSTAVO URIBE RAMÍREZ
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA
RÚBRICA PARA LA EVALUACIÓN DE GUÍAS DE TRABAJO EN MATEMÁTICAS

NOMBRE DEL DOCENTE: _____

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: _____GRADO: _____

Referente de calidad	**Competencia**	**Criterio**	**Excelente trabajo (5,0-4,5)**	**Buen trabajo (4,4-4,0)**	**Puedes mejorar (3,8-3,0)**	**Tienes muchos aspectos por mejorar (2,9-2,0)**
		Conceptos Matemáticos y física	La actividad desarrollada muestra un conocimiento claro y preciso del concepto matemático propuesto en la guía de trabajo.	La actividad desarrollada muestra un conocimiento del concepto matemático propuesto en la guía de trabajo.	La actividad desarrollada muestra un algún conocimiento del concepto matemático propuesto en la guía de trabajo.	La actividad desarrollada muestra un conocimiento muy limitado del concepto matemático propuesto en la guía de trabajo.
		Diagramas	Los diagramas y dibujos son claros y ayudan a comprender los procesos realizados.	Los diagramas y dibujos son claros y fáciles de entender.	Los diagramas y dibujos se comprenden con dificultad.	Los diagramas y dibujos no se comprenden o no se usan.
		Estrategias y procesos	A nivel general, usa una estrategia eficiente y efectiva en el desarrollo del trabajo propuesto.	A nivel general, usa una estrategia efectiva en el desarrollo del trabajo propuesto.	En algunas ocasiones, usa una estrategia efectiva en el desarrollo del trabajo propuesto.	No se observa el uso de estrategias efectivas en el desarrollo del trabajo propuesto.
		Orden y presentación	La actividad es presentada de acuerdo a las instrucciones dadas, de manera clara, organizada, e inteligible.	La actividad es presentada de acuerdo a las instrucciones dadas, de manera organizada y se puede comprender.	La actividad es presentada con algunas de las instrucciones dadas y se logra su comprensión con dificultad.	La actividad no se presenta con las instrucciones dadas y es desorganizada. No se logra comprender la información que se muestra allí.