

ÁREA: MATEMÁTICAS ASIGNATURA: MATEMÁTICAS DOCENTE: CARLOS MOGOLLÓN

Grado: NOVENO Periodo: SEGUNDO FECHA: DE 01/07/2020 HASTA: 31/07/2020

TITULO DE LA GUIA: FUNCIONES

1. COMPETENCIAS PLANEACIÓN DEL PERÍODO

El estudiante comprenderá el modelo de constante y variable para aplicarlos y poder comprender los fenómenos naturales porque debe adaptarse al medio que lo rodea.

Justificar procedimientos con los cuales se representa geométricamente números racionales y números reales.

2. CONTENIDO TEMÁTICO

1. Función afín	2. Línea recta	3. Pendiente de la recta
4. Educación de la recta	5 Educación general de la recta	
6. Posición de la recta en el plano		

3. ACTIVIDADES.

ACTIVIDADES, METODOLOGÍA Y RECURSOS
<p>ACTIVIDADES</p> <p>Mirar minuciosamente los contenidos desarrollados hasta la fecha.</p> <p>Siempre hay que estar repasando los temas vistos porque son necesarios para los que se van a trabajar en esta guía.</p> <p>Realizar las gráficas de los contenidos (explicación) como las de los ejercicios</p> <p>Guías de trabajo impreso que contiene la información necesaria para realizar las actividades planteadas.</p> <p>CRITERIOS DE EVALUACIÓN</p> <p>Reconocer las diferentes funciones y su representación gráfica</p> <p>Realizar ejercicios con funciones</p> <p>Graficar funciones de acuerdo a su clasificación</p>

4. OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES.

Las actividades deben desarrollarse en el cuaderno de matemáticas
Las actividades deben presentar los procedimientos matemáticos necesarios
Es importante la elaboración de gráficos para la solución de problemas
Las actividades terminadas deber ser enviadas por vía WhatsApp, correo electrónico o en físico.

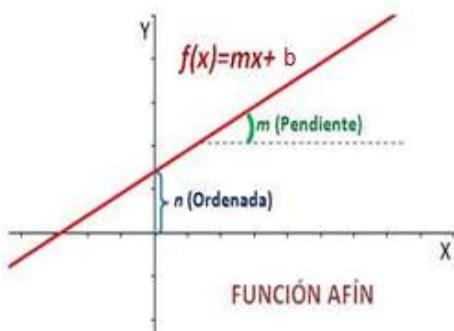
CARLOS HERNANDO MOGOLLÓN PRIETO

DOCENTE

COORDINACIÓN ACADÉMICA

Función afín.

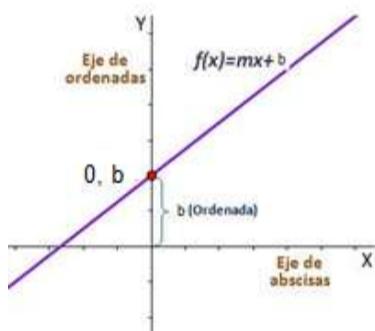
Una función afín es una función polinómica de primer grado que no pasa por el origen de coordenadas, o sea, por el punto $(0,0)$. Los escalares m y n son diferentes de 0. ... La ordenada en el origen es la n , es decir, el punto donde la recta corta el eje de ordenadas.



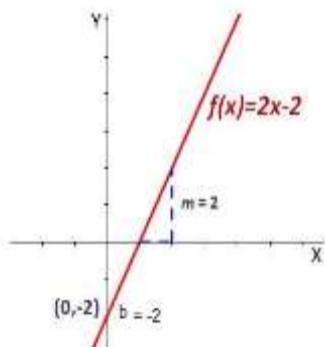
La m es la **pendiente** de la recta. La pendiente es la inclinación con respecto al eje de abscisas (eje X). Si m es positiva ($m > 0$), entonces la función es creciente. En cambio, si la m es negativa ($m < 0$), entonces la función es decreciente.

La **pendiente** m significa que, si aumentamos la x en una unidad, la y aumenta en m unidades. Si la m es positiva, conforme aumentemos la x la y también irá aumentando (función creciente). En cambio, si m es negativa, conforme se aumenta la x la y disminuirá (función decreciente).

La **ordenada** en el origen es la b , es decir, el punto donde la recta corta el eje de ordenadas. Las coordenadas de este punto son $(0, b)$.



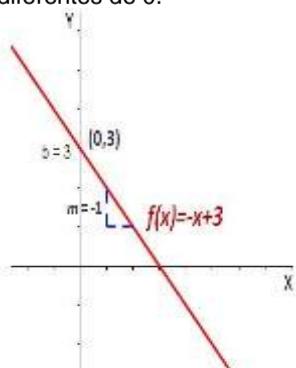
Ejemplo 1. Sea una función $f(x) = 2x - 2$. En este caso, m que es el coeficiente que multiplica a la x es $m = 2$ y la ordenada es $b = -2$. La función es **afín** porque tanto m como b son diferentes de 0 ($m \neq 0$ y $b \neq 0$).



La pendiente de la recta de la función es positiva ($m = 2$), por lo tanto, la función es creciente. Como la ordenada es $b = -2$, la recta corta al eje de ordenadas por el punto $(0, -2)$.

Ejemplo 2

Ahora tenemos la función afín $f(x) = -x + 3$. En este caso, la pendiente es $m = -1$ y la ordenada es $b = 3$, siendo ambos diferentes de 0.



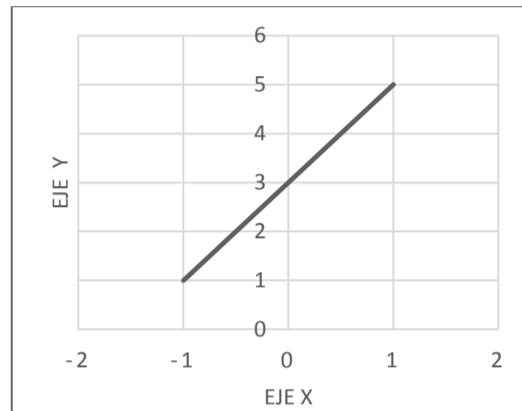
A diferencia del primer ejemplo, la pendiente es negativa ($m = -1$), por lo que la función es decreciente. La ordenada es $b = 3$, por lo que el punto de corte entre la función y el eje de ordenadas es el punto $(0, 3)$.

Ejemplo 3 representa la siguiente recta $\Rightarrow y = 2x + 3$

La pendiente de la recta es 2, por ser positiva la recta es creciente. La ordenada en el origen $b = 3$, el punto de corte con el eje de ordenadas será el $(0, 3)$

Tabla de datos			
x	-1	0	1
Y	1	3	5

Para obtener los valores de la tabla de datos se reemplaza los valores en x :
 $y_1 = 2(1) + 3 = 5$; $y_0 = 2(0) + 3 = 3$
 $y_{-1} = 2(-1) + 3 = 1$



Responde

a. ¿Cuál es la forma general de una función lineal? ¿Y de una función afín?

b. ¿Cómo se localizan los puntos de corte de la función afín con los ejes?

c. ¿Cómo se distingue una función lineal de una función afín?

d. ¿Cómo es la gráfica de $y = c$ para cualquier número real c ?

e. ¿La gráfica de $x = b$ es una función? Explica tu respuesta.

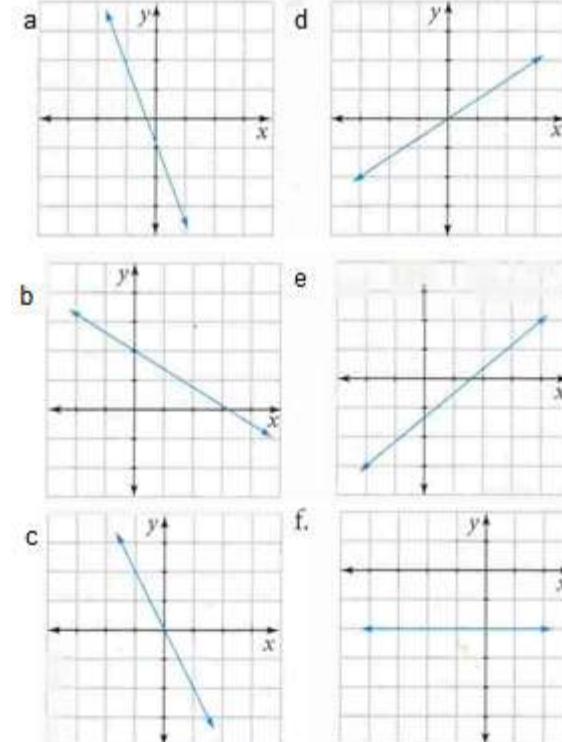
2. Determina si la función corresponde a una función lineal o a una función afín

a. $y = -\frac{2}{3}x$ d. $y = 2x - \frac{1}{2}$

b. $y = 1 - x$ e. $y = 3x$

c. $y = 4(x - 2)$ f. $y = 4\left(\frac{x}{3}\right)$

3. Clasifica la gráfica de cada función como lineal o afín. Escribe la expresión que determina cada función.



4. Realiza la gráfica de las siguientes funciones

a. $f(x) = \frac{2}{3}x$ e. $y = -2x$

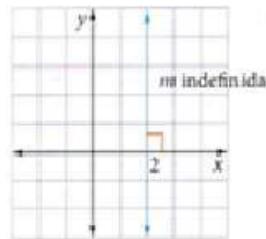
b. $f(x) = -5x + 1$ f. $f(x) = -3x + 2$

c. $4x$ g. $f(x) = -\frac{1}{5}x$

d. $y = \frac{1}{2}x - 3$ h. $f(x) = 8 - x$

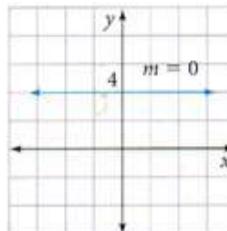
5. encuentra los puntos de corte de cada función con los ejes de coordenadas

- a. $y = -x + 4$ e. $y = -2 + \frac{3}{2}x$
 b. $y = -3x + \frac{1}{4}$ f. $y = -3x + 5$
 c. $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$ g. $y = x + 4$
 d. $y = 2x$ h. $y = -\frac{1}{4}x$

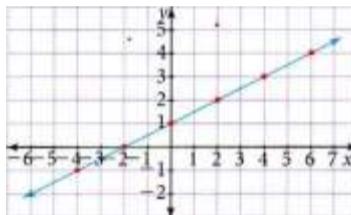


d. Si la recta es horizontal (paralela al eje x), la pendiente es **cero**.

En la gráfica se muestra una recta horizontal que corta al eje y en 4. Esta recta tiene como ecuación $y = 4$.



Ejemplo. Encontremos la pendiente de la siguiente figura



La recta pasa por los puntos: $(-6, -2), (-4, -1), (-2, 0), (0, 1), (2, 2), (4, 3), (6, 4)$, luego, se toman dos puntos y se halla la pendiente.

Para los siguientes puntos verifiquemos que la pendiente es la misma:

a. para $(-6, -2)$ y $(-2, 0)$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - (-2)}{-2 - (-6)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

b. para $(2, 2)$ y $(6, 4)$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 2}{6 - 2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

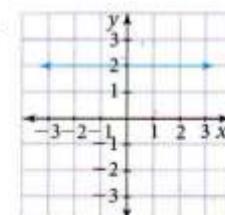
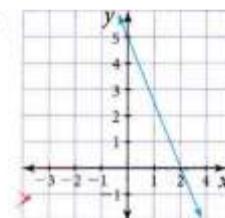
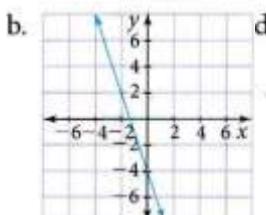
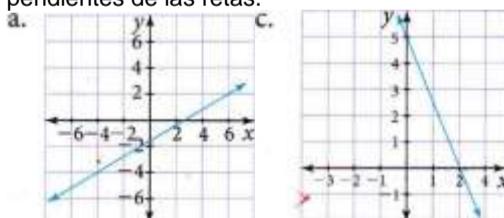
por lo tanto, la pendiente de la recta representada es $\frac{1}{2}$, independiente del par de puntos que tomemos.

ACTIVIDADES

1. Halla la pendiente de la recta que pasa por cada par de puntos.

- a. $(8, 3)$ y $(-5, 4)$ e. $(4, 7)$ y $(4, \frac{2}{3})$
 b. $(-8, -1)$ y $(-9, -2)$ f. $(-1, -1)$ y $(4, 4)$
 c. $(-2, 3)$ y $(7, -2)$ g. $(5, 9)$ y $(10, 15)$
 d. $(-\frac{3}{2}, -4)$ y $(\frac{1}{2}, 7)$ h. $(6, \frac{1}{5})$ y $(0, 3)$.

2. Encuentra dos puntos de la gráfica de cada recta y halla las pendientes de las retas.

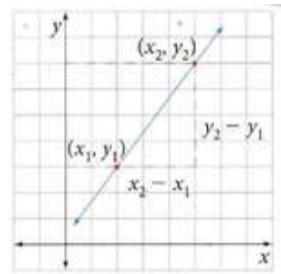


3. Relaciona las gráficas con los valores de m y b señalados en la ecuación $y = mx + b$

Línea recta

En la ecuación $y = mx + b$, el valor de m es una constante diferente de cero y corresponde a la pendiente de la recta, lo cual indica la inclinación de la recta respecto al eje x .

Si $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$ son dos puntos distintos por donde pasa la recta, como se muestra en la figura,



la pendiente m es: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

La pendiente se puede interpretar como la razón del incremento vertical con respecto al incremento horizontal de la recta.

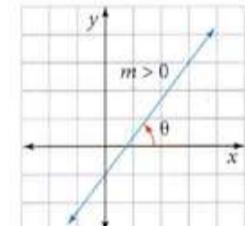
Por otro lado, se encuentra la **m** , que se conoce como la **pendiente de la recta**, dado que afecta su inclinación con respecto a los ejes cartesianos. La **b** , por último, se llama **término independiente** y es el punto en el cual la recta cruza el eje vertical.

Por ejemplo, la pendiente de la recta que pasa por los puntos $A(2, -5)$ y $B(6, 11)$ es:

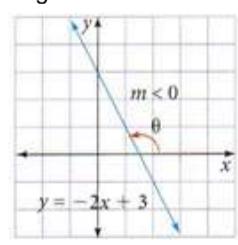
$$m = \frac{11 - (-5)}{6 - (-2)} = \frac{16}{8} = 2. \text{ Por lo tanto, la pendiente de la recta es } m = 2.$$

El signo de la pendiente de una recta depende del ángulo de inclinación de la recta con respecto al eje x . De acuerdo con esto se pueden presentar cuatro casos:

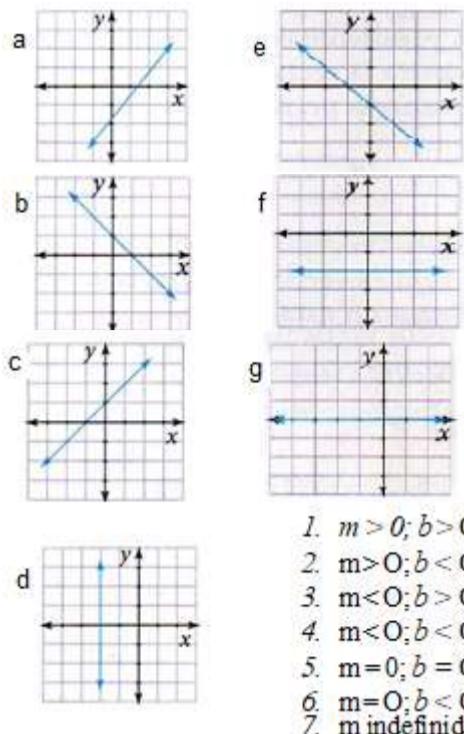
a. Si la recta forma un ángulo agudo con el eje x , entonces, la pendiente es **positiva**. En la gráfica se muestra la representación **de la recta** $y = \frac{4}{3}x + 1$, donde el ángulo θ es agudo y la pendiente es positiva. $m = \frac{4}{3}$



b. Si la recta forma un ángulo obtuso con el eje x , entonces, la pendiente de la recta es negativa. En la gráfica se muestra la recta $y = -2x + 3$, donde el ángulo θ es obtuso y la pendiente es negativa $m = -2$.



c. Si la recta es vertical (paralela al eje y), se dice que la pendiente no está definida. En la gráfica se muestra una recta vertical que corta al eje x en a . Esta recta tiene como ecuación $x = 2$.



ECUACIÓN DE LA RECTA

La ecuación de la forma $y = mx + b$ se llama ecuación explícita de la recta.

A partir de la ecuación explícita de la recta se puede determinar la pendiente m y el punto de corte con el eje y que tiene coordenadas $(0, b)$.

Por ejemplo, en la recta cuya ecuación es $y = 2x - 3$, la pendiente es $m = 2$ y el punto de corte con el eje y es $(0, -3)$.

Para hallar la ecuación de una recta se deben considerar los siguientes casos:

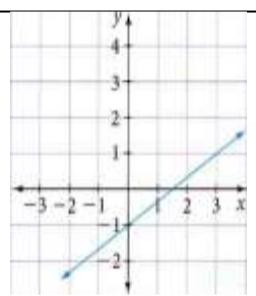
a. Cuando se conoce la pendiente y el intercepto con el eje y. En este caso, se remplaza el valor de m y de b en la ecuación $y = mx + b$.

Por ejemplo, para determinar la ecuación de la recta que tiene pendiente $\frac{2}{3}$ y que corta el eje y en -1 , se realiza los siguientes:

$y = mx + b$ ecuación de la recta

$y = \left(\frac{2}{3}\right)x + (-1)$ se reemplazan los valores de m y b

$y = \frac{2}{3}x - 1$ se realiza la operación



Por lo tanto, la ecuación de la recta es $y = \frac{2}{3}x - 1$

La representación gráfica de esta recta se obtiene ubicando $b = -1$ en el eje y, luego, a partir de este punto y la pendiente de la recta, se puede hallar otro punto desplazándose 3 unidades en forma horizontal y 2 unidades en forma vertical.

b. Cuando se conoce la pendiente y un punto

En este caso, primero se remplazan el punto y la pendiente en la ecuación explícita de la recta $y = mx + b$ para obtener el valor de b .

Luego, se determina la ecuación de la recta. Para ello, se remplazan los valores de m y b .

Por ejemplo, para encontrar la ecuación de la recta cuya pendiente es 2 y pasa por el punto $(-1, 0)$, se procede de la siguiente manera. Se determina el valor de b con $m = 2$ y $(x, y) = (-1, 0)$.

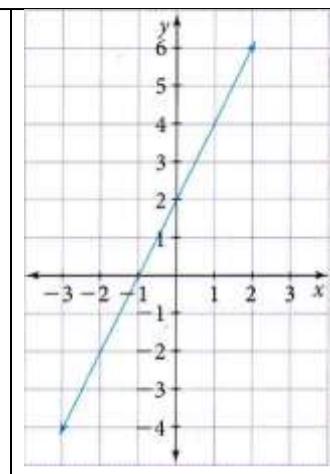
$y = mx + b$ ecuación de la recta

$0 = (2)(-1) + b$ se reemplazan los valores de m y las coordenadas del punto.

$b = 2$ se despeja. Como $m = 2$ y $b = 2$ se obtiene la ecuación de la recta así

$$y = mx + b$$

$$y = 2x + 2.$$



Por lo tanto, la ecuación de la recta es $y = 2x + 2$.

La representación de la recta se obtiene al unir los puntos $(-1, 0)$ y $(0, 2)$ con una línea recta, como se muestra en la figura anterior

c. cuando se conocen dos puntos

En este caso, primero se halla la pendiente mediante la fórmula $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ con las coordenadas de los dos puntos.

Luego, con la pendiente m y cualquiera de los puntos conocidos, se halla el valor de b en la ecuación $y = mx + b$ y se procede igual que en el caso anterior.

Por ejemplo, para hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(2, 1)$ y $(3, 6)$ se realizan los siguientes pasos: Primero, se encuentra la pendiente m

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ pendiente de la recta}$$

$$m = \frac{6-1}{3-2} = 5 \text{ se reemplazan los valores}$$

Luego se halla b con $m = 5$ y $(2, 1)$
 $y = mx + b$ ecuación de la recta

$$1 = (5)(2) + b \quad 1 = 10 + b \text{ luego } 1 - 10 = b$$

$$B = -9$$

Por lo tanto, la ecuación de pendiente $m = 5$ y $b = -9$ es $y = -5x + 11$

ACTIVIDAD

1. Encuentra la ecuación explícita de cada una de las siguientes rectas. Indica la pendiente y el intercepto.

a. $y = 4x - 1$ g. $4y = 5 - 2x$

b. $y = 2x - 6$ h. $8 - x = \frac{1}{2}y$

c. $4x - y = 8$ i. $3x - 4y = 7$

d. $7x + 2y = 10$ j. $x - 1 = 2y$

e. $-y = -2 + x$ k. $4x + 6y = 3$

f. $\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}y = 2$ l. $\frac{3}{4}y = \frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$

2. Encuentra la ecuación explícita de la recta, dadas las siguientes condiciones.

a. Pasa por $(3, 1)$ y la pendiente es -3 .

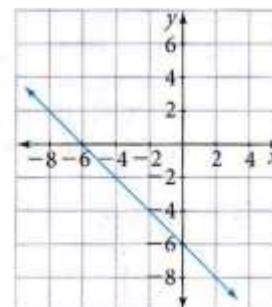
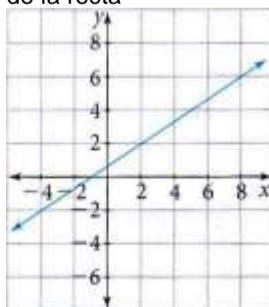
b. Pasa por $(-1, -5)$ y $(3, 6)$.

c. Pasa por $(-3, 5)$ y la pendiente es 2 .

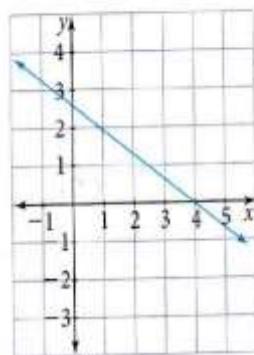
d. Pasa por $(-\frac{3}{4}, 1)$ y $(5, 4)$.

e. Pasa por el punto $(2, 4)$ y es paralela al eje x

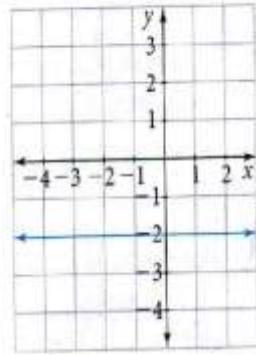
3. Escribe las coordenadas de dos puntos que pertenezcan a la gráfica de cada recta. Luego, encuentra la ecuación explícita de la recta



b.



d.



ECUACION GENERAL DE LA RECTA

La ecuación general de la recta es una expresión de la forma $Ax + By + C = 0$, donde A, B, C son números reales.

De la ecuación general se puede despejar y. De esta manera se determina la ecuación explícita y se obtiene el valor de la pendiente m y el intercepto con el eje y.

$Ax + By + C = 0$ Ecuación general de la recta

$By = -Ax - C$ se resta Ax y C a ambos lados

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$$
 se despeja y

Por lo tanto, para la recta que tiene como ecuación $Ax + By + C = 0$, la pendiente es $m = -\frac{A}{B}$ y el corte con el eje y es $b = -\frac{C}{B}$.

Si la ecuación de la recta está dada en forma explícita, entonces, su forma general se puede obtener con algunas operaciones algebraicas.

Ejemplos.

1. Encuentra la ecuación de la recta y el corte con el y de la recta cuya ecuación general es $3x + 2y - 4 = 0$.

Para encontrar la pendiente de la recta y el corte con el eje y se debe expresar la ecuación $3x + 2y - 4 = 0$ en forma explícita así:

$$3x + 2y - 4 = 0$$

$2y = -3x + 4$ se resta $3x$ y se suma 4

$$y = -\frac{3}{2}x + 2$$
 se despeja y, y se simplifica

En la ecuación $y = -\frac{3}{2}x + 2$ se tiene que:

$$m = -\frac{3}{2}$$
 y el corte con el eje y es $(0, 2)$

2. Expressar la ecuación $y = \frac{5}{4}x - \frac{7}{6}$ en forma general

$$y = \frac{5}{4}x - \frac{7}{6}$$
 sacando denominador común de los denominadores

$$y = \frac{15}{12}x - \frac{14}{12}, 12y = 15x - 14$$
 se eliminan los denominadores

$$12y - 15x + 14 = 0$$

$-15x + 12y + 14 = 0$ organizando los términos

Por lo tanto, la ecuación general de la recta es $-15x + 12y + 14 = 0$ donde $A = -15$, $B = 12$ y $C = 14$

POSICIÓN RELATIVA DE RECTAS EN EL PLANO

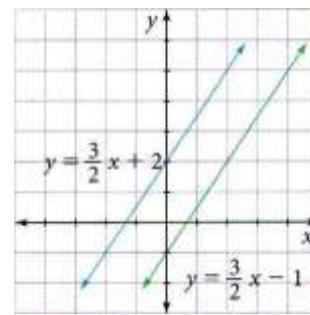
Dadas dos rectas diferentes en el plano cartesiano, se pueden presentar tres situaciones: las rectas son paralelas, las rectas son perpendiculares o las rectas son secantes.

RECTAS PARALELAS

Dos rectas son paralelas si no se cortan en ningún punto (o si son iguales). Esto ocurre cuando tienen la misma pendiente, $m_1 = m_2$.

Por ejemplo $l_1 : y = \frac{3}{2}x - 1$ y $l_2 : y = \frac{3}{2}x + 2$, son paralelas porque al relacionar sus pendientes se tiene: en l_1 : $y = \frac{3}{2}x - 1$ la pendiente $m_1 = \frac{3}{2}$

En l_2 : $y = \frac{3}{2}x + 2$ la pendiente $m_2 = \frac{3}{2}$



$m_1 = m_2$, luego las rectas son paralelas como se muestra en la figura.

RECTAS PERPENDICULARES

Dos rectas son perpendiculares si y sólo si el producto de sus pendientes es igual a -1.

Dos rectas l_1 y l_2 con pendientes m_1 y m_2 respectivamente, son perpendiculares si y sólo si $m_1 \cdot m_2 = -1$

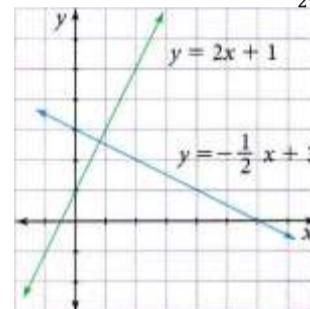
Por ejemplo las rectas $l_1 : y = 2x + 1$ y $l_2 : y = -\frac{1}{2}x + 3$

Son perpendiculares porque

En $l_1 : y = 2x + 1$ la pendiente $m_1 = 2$

En $l_2 : y = -\frac{1}{2}x + 3$ la pendiente $m_2 = -\frac{1}{2}$

$$\text{Entonces } m_1 \cdot m_2 = (2)(-\frac{1}{2}) = -1$$



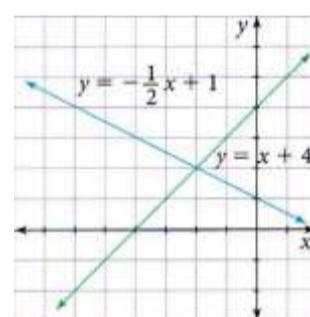
Como el producto de las dos rectas es -1, entonces, las rectas son perpendiculares, como se muestra en la figura anterior.

RECTAS SECANTES

Dos rectas son secantes cuando se cortan en un único punto sin formar un ángulo recto.

Por ejemplo, las rectas $y = x + 4$ y $y = -\frac{1}{2}x + 1$

no son ni paralelas, ni perpendiculares y se cortan en el punto $(-2, 2)$, por lo tanto, son secantes, como se muestra en la figura.



ACTIVIDAD

1. Escribe cada ecuación en su forma general.

a. $y = -\frac{3}{4}x + 1$ c. $\frac{7}{2}x - 4 = \frac{1}{5}y$

b. $2y = 8x - \frac{1}{3}$ d. $-3x + 7 = -2x + 5y$

2. Determina la posición relativa de cada par de rectas. Luego grafíquelas en un plano cartesiano

a. $\begin{cases} y + 4 = 3x \\ 4x - y = 7 \end{cases}$ b. $\begin{cases} x + 4 = y \\ y - x = -3 \end{cases}$
c. $\begin{cases} 3x = y + 4 \\ 4x - y = -7 \end{cases}$ d. $\begin{cases} y = 4x + 5 \\ 2y - 8x = 11 \end{cases}$

Bibliografía: Matemática noveno hipertexto editorial. Santillana, Nuevas matemáticas grado noveno, y en general cualquier texto del grado noveno.

Videos de youtube. Portal de Colombia aprende

ÁREA: MATEMÁTICAASIGNATURA: GEOMETRÍAGRADO: NOVENOPERÍODO: SEMANAS 1, 2, 3 Y 4, DEL MES DE JULIO, 1 A 31 DE JULIO DE 2020TÍTULO DE LA GUÍA: RAZONES TRIGONOMÉTRICAS**1. COMPETENCIAS PLANEACIÓN DEL PERÍODO**

El estudiante comprenderá aplicará y valorará las propiedades de los espacios en dos y tres dimensiones, las formas y las figuras que estos contienen, para adaptarse al espacio porque debe sobrevivir.

2. CONTENIDO TEMÁTICO

Ejes temáticos	
1. La circunferencia 1	
2. La circunferencia 2	
3. Ángulos en la circunferencia y sus medidas	
4. Cuerdas, secantes y tangentes	

3. ACTIVIDADES

SEMANA	ACTIVIDADES, METODOLOGÍA Y RECURSOS	FECHA	ASPECTOS A SER EVALUADOS Y CRITERIOS DE EVALUACIÓN
1 A 4	Material impreso que contiene un taller para ser solucionado por los estudiantes durante la presente semana	Semana 1 (6 a 10 de julio) Semana 2 (13 a 17 de julio) Semana 3 (20 a 24 de julio) Semana 4 (27 a 31 de julio)	CRITERIOS DE EVALUACIÓN <ul style="list-style-type: none"> ◆ Para esta actividad se requiere kit de geometría ◆ Estudie y realice un resumen de los conceptos básicos en el cuaderno ◆ Solucione la actividad propuesta en forma de trabajo escrito ◆ Tome fotografías a la actividad y envíelas al correo que aparece en las observaciones y recomendaciones ◆ Prepare el tema para la sustentación

4. OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES

El material puede obtenerse en la institución sede bachillerato Calle 14 # 12-00 Granada, centro, Centros de Fotocopias y en la página web institucional <https://www.iedgur.edu.co/>, la actividad debe ser diligenciada por los estudiantes, los cuales podrán trabajar en la casa, una vez finalizada la actividad o el tiempo asignado, los estudiantes deberán hacer entrega de los trabajos (trabajo ordenado escrito en hojas y carpeta) con sus nombres, apellidos y curso en la Institución o al correo electrónico solidoregleta@gmail.com y al interno de Whatsapp

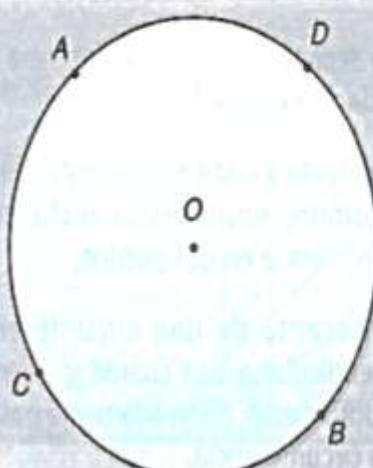
Se recomienda a los estudiantes realizar la actividad con responsabilidad ayudados por los apuntes del cuaderno y libros de grado NOVENO disponibles en la web. En el aula se realizará una realimentación y evaluación de la actividad.

Favor diligenciar los formatos de autoevaluación y coevaluación una vez finalice la cuarta semana, con las actividades propuestas se da por finalizado el segundo periodo, solo que el informe académico será entregado posteriormente.

53 La circunferencia

Una **circunferencia** es el conjunto de todos los puntos de un plano que equidistan de otro punto fijo llamado **centro**.

O es el centro y *A, B, C y D* son puntos que pertenecen a la circunferencia.



1. Completa cada enunciado.

- El conjunto de todos los puntos _____ que están a una distancia fija de un punto dado se llama una _____.
 - Un diámetro de una circunferencia es una _____ que contiene al _____ de la circunferencia.
2. Explica el significado de la palabra diámetro que aparece en dos oportunidades en el siguiente enunciado. ¿Significa lo mismo?

Una circunferencia sólo tiene un diámetro y sin embargo, tiene una infinidad de diámetros. _____

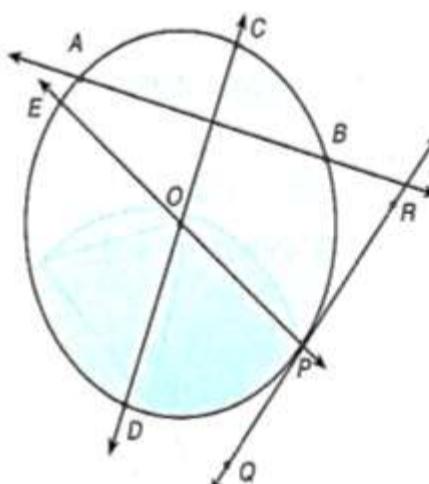
3. Explica el significado de la palabra radio en el siguiente enunciado: una circunferencia sólo tiene un radio y sin embargo, tiene infinidad de radios. _____

4. De acuerdo con la figura nombra:

- Un radio: _____
- El centro: _____
- Dos puntos interiores: _____
- Dos puntos exteriores: _____
- Dos puntos de la circunferencia: _____
- Una cuerda: _____
- Un diámetro: _____

h. Una recta secante: _____

i. Una recta tangente: _____



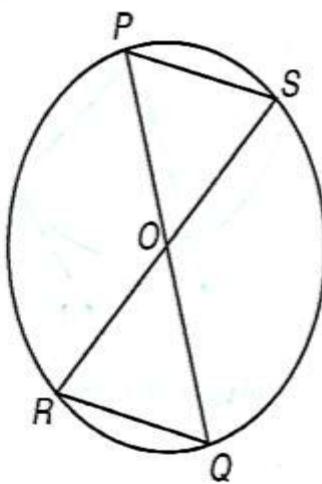
5. Determina el valor de verdad de cada enunciado.

Para los enunciados falsos da un *contraejemplo*.

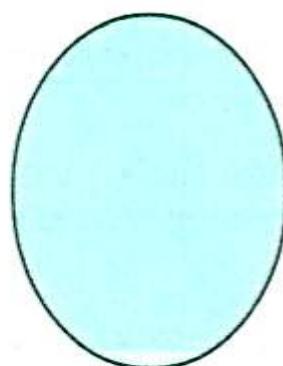
- Todos los radios de una circunferencia son congruentes. ()
- Un radio de una circunferencia es una cuerda de la circunferencia. ()
- Una cuerda de la circunferencia contiene exactamente dos puntos de la circunferencia. ()
- Un diámetro de una circunferencia es una secante a la circunferencia. ()
- Si un radio biseca a una cuerda de una circunferencia, entonces es perpendicular a la cuerda. ()
- Una recta puede cortar a una circunferencia en un punto. ()

- g. Dos circunferencias pueden intersecarse en tres puntos. ()
- h. La intersección de una recta y una circunferencia puede ser vacío. ()
- i. Toda secante a una circunferencia contiene una cuerda de la circunferencia. ()
- j. Si una recta y una circunferencia tienen un punto en común, entonces la recta interseca a la circunferencia en dos puntos. ()
- k. Una secante de una circunferencia que sea perpendicular a una cuerda y, además, pase por su punto medio, necesariamente pasa por el centro de la circunferencia. ()
6. Si \overline{PQ} y \overline{RS} son diámetros de una circunferencia, demostrar que \overline{PS} y \overline{RQ} tienen la misma medida, y además $\overline{PS} \parallel \overline{RQ}$.

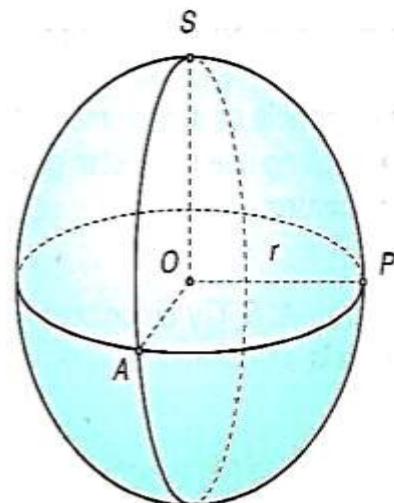
¿También se puede demostrar que \overline{PR} tiene la misma medida que \overline{SQ} ?



7. Grafica la siguiente situación: en una circunferencia hay dos cuerdas que tienen la misma medida y tienen un extremo común, al cual llega también un diámetro; estas cuerdas tocan a la circunferencia en puntos a distintos lados del diámetro. ¿Se tendrá que los ángulos que forman las cuerdas con el diámetro tienen la misma medida? Demuéstralos.



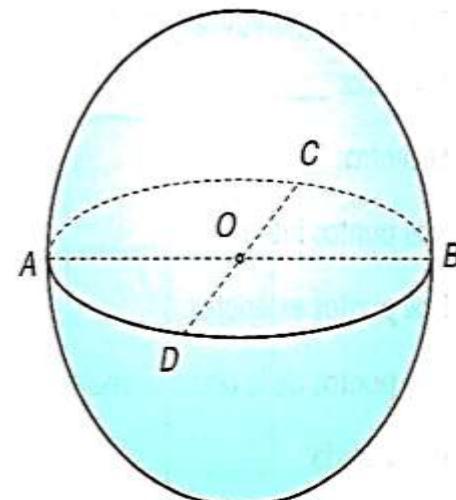
Una superficie esférica se define como el conjunto de puntos del espacio que equidistan de un punto fijo llamado **centro**.



O es el centro de la superficie esférica y S, P y A pertenecen a la superficie. El plano que interseca a la superficie y pase por el centro, forma una circunferencia máxima.

8. De acuerdo con lo anterior determina el valor de verdad de cada enunciado.
- Todos los diámetros de una superficie esférica son congruentes. ()
 - Todo diámetro de una superficie esférica es un diámetro de la circunferencia máxima. ()
 - Una circunferencia máxima tiene el mismo radio que la superficie esférica que la contiene. ()
 - Dos superficies esféricas pueden cortarse en dos puntos. ()
 - Dos superficies esféricas pueden cortarse en un solo punto. ()

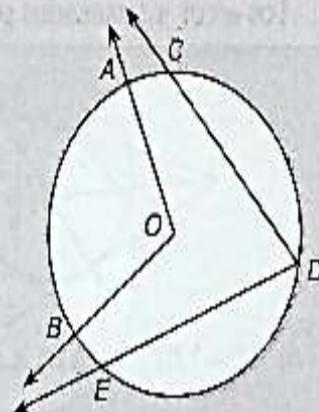
9. Si \overline{AB} y \overline{CD} son dos diámetros de una superficie esférica, demuestra que $ACBD$ sería un rectángulo.



El $\angle AOB$ es un ángulo central, pues su vértice es el centro de la circunferencia. Además, el arco \widehat{AB} tiene la misma medida del $\angle AOB$.

El $\angle CDE$ es inscrito, tiene su vértice en la circunferencia y sus lados son secantes. La medida de este ángulo es igual a la mitad del arco comprendido entre sus lados.

$$m \angle CDE = \frac{m \widehat{CE}}{2}$$

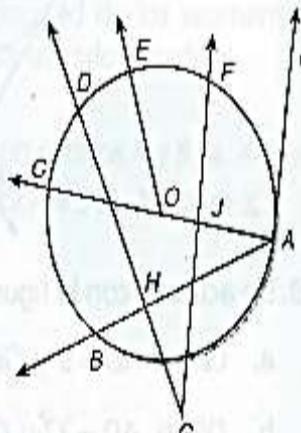


1. Relaciona con una línea cada término de la columna de la izquierda con su correspondiente explicación en la columna de la derecha.

- a. Ángulo inscrito.
- b. Ángulo exinscrito.
- c. Ángulo central.
- d. Ángulo exterior.
- e. Ángulo interior.
- f. Ángulo semiinscrito.
- g. La medida de un ángulo central.
- h. La medida de un ángulo semiinscrito.
- i. La medida de un ángulo inscrito.

- Ángulo que tiene su vértice en el exterior de la circunferencia y sus lados son secantes o tangentes.
- Ángulo cuyo vértice pertenece a la circunferencia y cuyos lados son secantes.
- Ángulo cuyo vértice es el centro de la circunferencia.
- Ángulo adyacente a un ángulo inscrito.
- Ángulo que tiene su vértice en la circunferencia y uno de sus lados es una tangente y el otro una secante.
- Ángulo que tiene su vértice en el interior de la circunferencia.
- La medida de este ángulo es igual a la mitad del arco comprendido entre sus lados.
- La medida de este ángulo es igual a la mitad del arco comprendido entre sus lados.
- La medida de este ángulo es igual a la medida del arco comprendido.

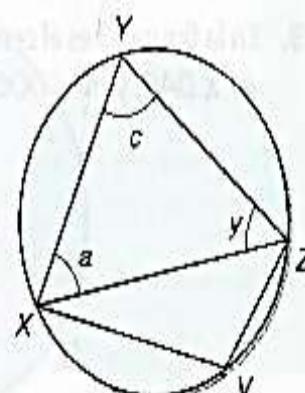
2. De acuerdo con la figura nombra:



- a. Un ángulo central: _____
- b. Un ángulo inscrito: _____
- c. Un ángulo semiinscrito: _____
- d. Un ángulo exterior: _____
- e. Un ángulo interior: _____
- f. Un ángulo exinscrito: _____

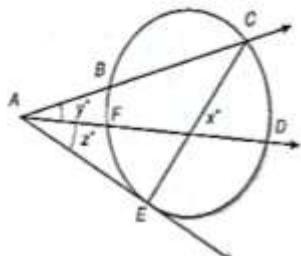
3. De acuerdo con la figura nombra:

- a. El arco en el que está inscrito el $\angle c$: _____
- b. El arco intersecado por el $\angle a$: _____
- c. El ángulo inscrito en el arco \widehat{YZV} : _____
- d. El ángulo inscrito en el arco \widehat{YXV} : _____

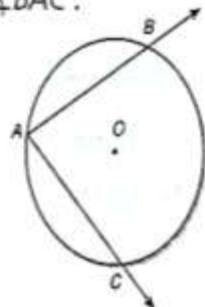


4. De acuerdo con la figura, nombra:

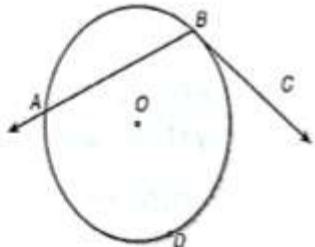
- Los arcos intersecados por el $\angle X$: _____
- Los arcos intersecados por el $\angle Y$: _____
- Los arcos intersecados por el $\angle Z$: _____



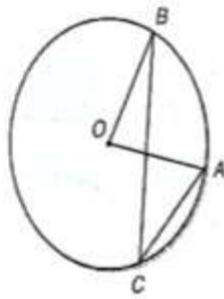
5. Si $m \widehat{BC} = 120^\circ$, halla $m \angle BAC$.



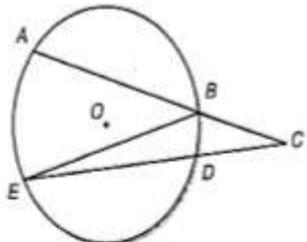
6. Si $m \widehat{ADB} = 200^\circ$, halla $m \angle ABC$.



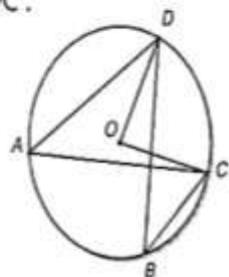
7. Si $m \angle AOB = 80^\circ$, halla $m \angle ACB$.



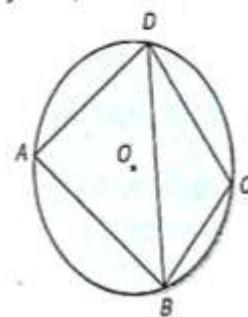
8. Si $m \widehat{BD} = 10^\circ$ y $m \angle ABE = 40^\circ$, halla $m \angle BCD$.



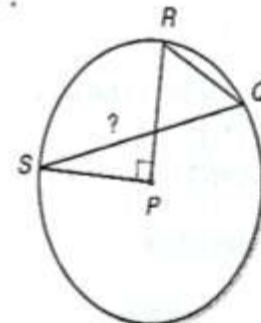
9. En la figura, O es el centro y $m \angle DBC = 40^\circ$. Encuentra $m \angle DAC$ y $m \angle DOC$.



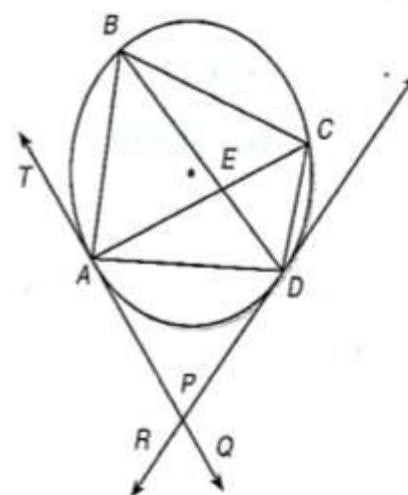
10. En la figura $m \angle DAB = 75^\circ$, $m \widehat{AD} = 90^\circ$ y $m \widehat{BC} = 70^\circ$. Determina $m \widehat{AB}$, $m \angle DBC$, $m \angle ADC$, $m \angle DCB$ y $m \angle ABD$.



11. Demuestra que si $m \angle RQS = 45^\circ$ y P es el centro, entonces $\overline{RP} \perp \overline{SP}$.

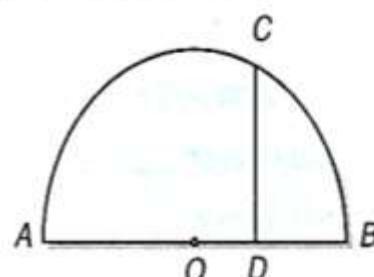


12. En la figura \overleftrightarrow{PA} y \overleftrightarrow{PD} son tangentes a la circunferencia. Si $m \widehat{AD} = 70^\circ$, $m \widehat{BC} = 170^\circ$ y $m \angle TAB = 40^\circ$, encuentra: $m \widehat{AB}$, $m \widehat{DC}$, $m \angle ABC$, $m \angle BCD$, $m \angle APD$, $m \angle CAD$, $m \angle BDC$, $m \angle BCA$ y $m \angle BAC$.



13. De acuerdo con la figura halla:

- CD , si $AD = 9$ y $DB = 4$.
- DB , si $AD = 32$ y $CD = 8$.

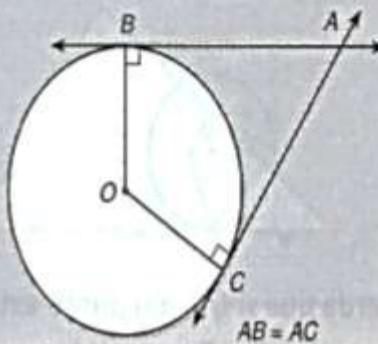


55 Proporciones referentes a cuerdas, secantes y tangentes

Toda recta tangente a una circunferencia es perpendicular al radio trazado por el punto de contacto.

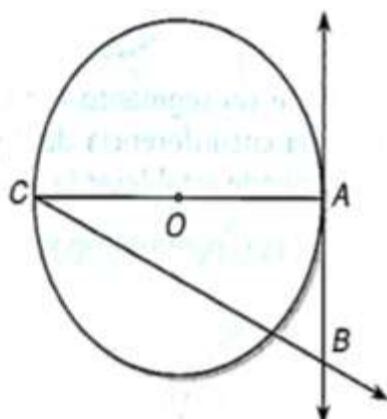
En la misma circunferencia las cuerdas equidistantes del centro son congruentes.

Los segmentos tangentes, trazados desde un mismo punto exterior a una circunferencia, son congruentes.

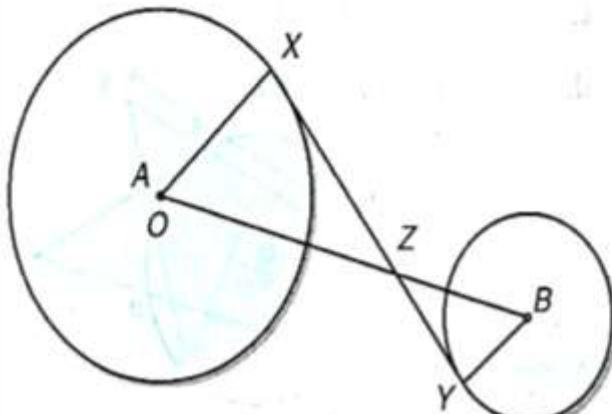


1. En la figura, \overleftrightarrow{AB} es tangente a la circunferencia en el punto A. \overline{AC} es diámetro y \overline{BC} es secante.

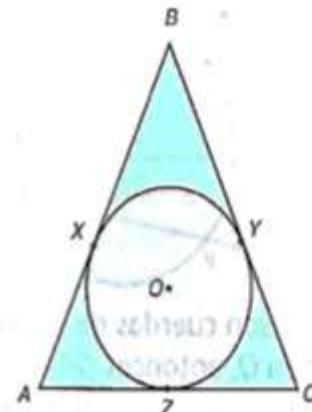
- a. Halla AC , si $CB = 15$ y $AB = 6$.
b. Halla OC , si $CB = 14$ y $AB = 8$.



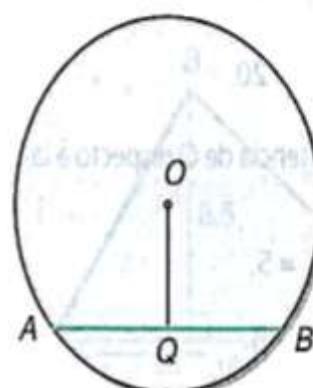
2. Sea X un punto exterior a una circunferencia que se encuentra a 35 cm del centro. Si la circunferencia tiene 15 cm de radio, halla la longitud de los segmentos tangentes a la circunferencia trazados desde X.
3. Dadas dos circunferencias con centros A y B, si \overline{XY} es tangente a las dos y $m \angle XZA = 30^\circ$, halla $m \angle A$ y $m \angle B$.



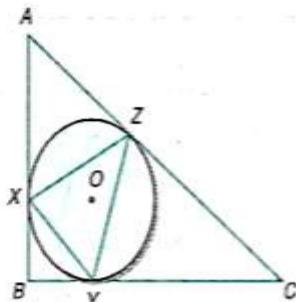
4. El $\triangle ABC$ está circunscrito a la circunferencia de centro O. Los puntos de tangencia son X, Y, Z.



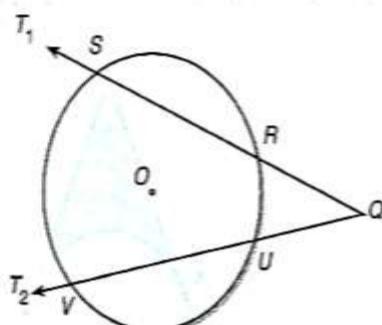
- a. Si $XB = 15$ y $BC = 25$, halla YC .
b. Si $AX = 10$ y $AC = 20$, halla ZC .
c. Si $OY = 5$ y $YC = 10$, halla OC .
5. \overline{AB} es una cuerda de 8 cm de longitud en una circunferencia de 6 cm de radio. Halla la distancia de la cuerda al centro de la circunferencia.
6. En la figura, \overline{OQ} es perpendicular a \overline{AB} .
- a. Si $AB = 15$ y $OA = 10$, halla OQ .
b. Si $AB = 24$ y $OQ = 8$, halla OA .



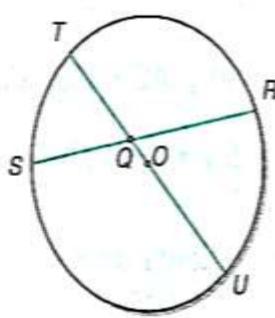
7. El triángulo ABC , recto en B , está circunscrito en la circunferencia de centro O . El triángulo XYZ está inscrito en la circunferencia de centro O . Si $m \angle YXZ = 60^\circ$, halla $m \angle XZY$, $m \angle ZYX$, $m \angle A$ y $m \angle C$.



Recuerda que si Q es un punto exterior a una circunferencia y T_1 y T_2 son rectas secantes a la circunferencia que pasan por Q que intersecan a la circunferencia en R, S, U y V , entonces $QR \cdot QS = QU \cdot QV$.



Si \overline{RS} y \overline{TU} son cuerdas de la circunferencia que se cortan en Q , entonces $QR \cdot QS = QU \cdot QT$. A este producto se le llama la potencia de Q respecto a la circunferencia.



8. Determina la potencia de Q respecto a la circunferencia, en cada caso.

a. $QS = 9$ y $QR = 5$.

b. $QS = 3$ y $SR = 12$.

c. $QU = 7$ y $QT = 5$.

d. $QT = 2$ y $TU = 20$.

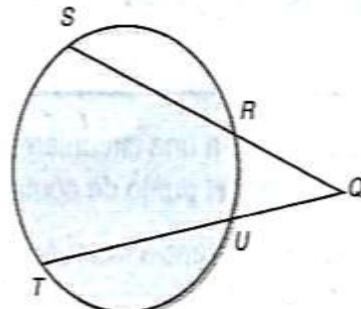
9. Determina la potencia de Q respecto a la circunferencia, en cada caso.

a. $QR = 1$ y $QS = 5$.

b. $QR = 6$ y $RS = 8$.

c. $QU = \sqrt{2}$ y $QT = \sqrt{10}$.

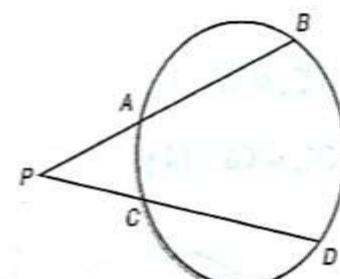
d. $QS = 22$ y $RS = 15$.



10. En la figura, \overline{PB} y \overline{PD} son secantes a la circunferencia.

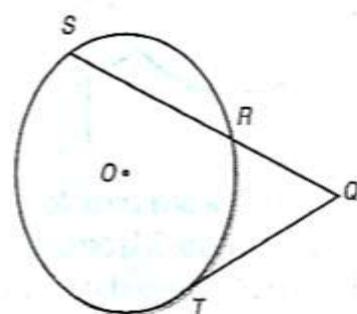
a. Si $PA = 6$, $PB = 15$ y $PC = 8$, halla PD .

b. Si $PB = 20$, $AB = 15$ y $PD = 12$, halla PC .



Cuando se tiene un segmento tangente y una secante en una circunferencia desde un punto exterior Q , se puede establecer la relación:

$QR \cdot QS = QT^2$ (T es el punto de tangencia)



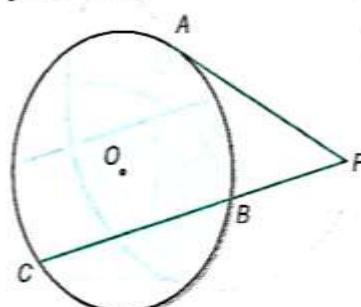
11. De acuerdo con la figura calcula:

a. PC , si $PA = 10$ y $PB = 8$.

b. PA , si $PB = 5$ y $BC = 5$.

c. PA , si $PB = 10$ y $PC = 13$.

d. PC , si $PA = 15$ y $BC = 20$.



ÁREA: MATEMÁTICAS ASIGNATURA: ESTADÍSTICA DOCENTE: FABIO RENÉ QUICAZÁN B.Grado: NOVENO Periodo: SEGUNDO FECHA: julio del 2020TITULO DE LA
GUIA Diagramas de caja**4. COMPETENCIAS PLANEACIÓN DEL PERÍODO**

Construye diagramas de caja y bigote a partir de los resultados representados en ellos describe y compara la distribución de un conjunto de datos.

5. CONTENIDO TEMÁTICO**Diagrama de caja y bigote****Cuartiles****6. ACTIVIDADES.**

QUI NCE NA	Actividades, metodología recursos	fecha	Aspectos a ser evaluados
1	Leer y analizar la información propuesta en la guía, el ejemplo y resuelve el primer ejercicio propuesto.	1° al 18 de julio	<ol style="list-style-type: none"> 1. Debe realizar las actividades descritas en el cuaderno de estadística 2. El trabajo debe ser presentado con buena letra y de forma ordenada, debe tener un aspecto agradable, si enmendaduras ni tachones. 3. Debe ser presentado en la fecha establecida
2	Leer y analizar la información propuesta en la guía y resuelve el taller propuesto.	21 al 31 de julio.	

4. OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES.

Deben ser entregados en las fechas establecidas por la institución.

Las actividades deben ser realizadas de forma individual en cada cuaderno y ser enviada al correo electrónico: iedgurmatematica@gmail.com en la casilla asunto debe escribir el curso y seguido el nombre completo.

Deben buscar libros de estadística o consultar en internet.

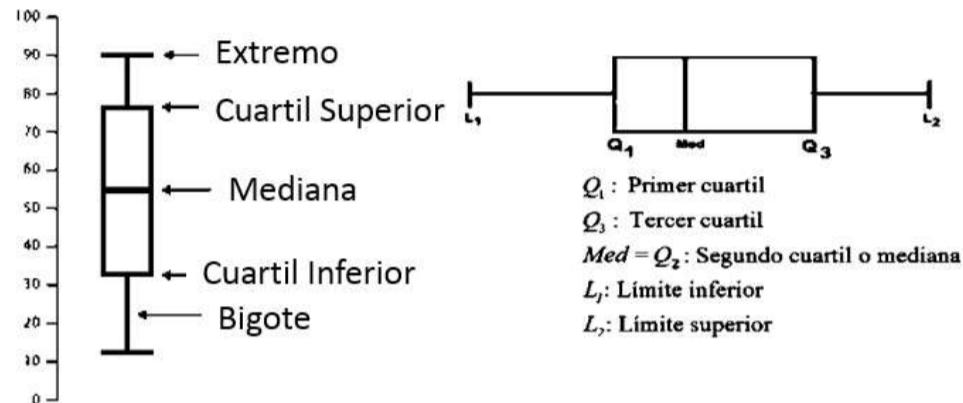
Si por alguna razón no tiene su cuaderno debe presentarlo en hojas marcadas con nombre completo, fecha y curso.



OBJETIVO Construye diagramas de caja y bigote a partir de los resultados representados en ellos describe y compara la distribución de un conjunto de datos.

Diagrama de cajas y bigotes.

El diagrama de cajas y bigotes es un resumen gráfico en el cual se describe el comportamiento de los datos para determinar su dispersión a través de los cuartiles. Este gráfico se caracteriza por tener un rectángulo en la mitad llamada caja y unas líneas a sus extremos llamadas bigotes. Las medidas que se resaltan en la gráfica son:



Este diagrama puede hacerse de forma vertical u horizontal tal como se muestra en la figura anterior.

Es importante mencionar que para la elaboración de este esquema los datos se dividen en cuatro grupos, distribuidos de la siguiente forma:

- L1 a Q1
- Q1 a la mediana
- La mediana a Q3
- Y de Q3 al L2

El Q1 representará el 25% de los datos, la mediana el 50% de los datos y Q3 el 75% de los datos.

Además, otros aspectos del diagrama de caja y bigote, que nos ayudarán en la construcción del diagrama son:

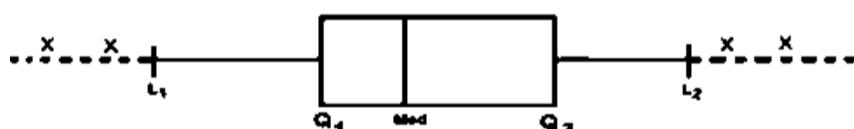
El rango intercuartil:

es la diferencia entre el Q3 y Q1,

$$\text{Rango intercuartil} = (Q3 - Q1)$$

Valores atípicos:

Estos son los números que encontramos al inicio o al final del diagrama y están representados por la X en el siguiente gráfico.



Los valores atípicos inferiores:

los encontramos al restar a Q1 el producto de 1.5 por el rango intercuartil, así:

$$Q1 - (1.5 \times (Q3 - Q1))$$

Los valores atípicos superiores:

los encontramos cuando sumamos el Q3 más el producto de 1.5 por el rango intercuartil, de la siguiente forma:

$$Q3 + (1.5 \times (Q3 - Q1))$$

Ejemplo: Un psicólogo de la ciudad está analizando la variedad de los desórdenes del comportamiento de jóvenes con edad comprendida entre 14 y 17 años, para ello ha diseñado un plan integral de tratamiento y ha considerado una muestra aleatoria de 20 jóvenes, anotando el tiempo que requiere cada paciente para mejorar su comportamiento. En la tabla se observan los resultados de la muestra en horas.



5	6	6	7	7
8	8	9	9	9
10	10	10	10	11
11	12	12	13	14

A partir de la información anterior represente la información en un diagrama de caja y bigote.



Primer paso. Escoja la mediana, es decir, organice los datos de menor a mayor y seleccione el valor medio.

Como el número de datos es par, debemos seleccionar los dos valores medios sumarlos y dividirlos entre 2:

5	6	6	7	7
8	8	9	9	9
10	10	10	10	11
11	12	12	13	14

Cálculo de la mediana

$$Med = \frac{9+10}{2} = 9.5$$

$n = 20 \rightarrow$ número de datos



Segundo paso. Cálculo del primer cuartil (Q1), para este caso, primero vamos a seleccionamos la primera mitad de todos los datos.

5	6	6	7	7
8	8	9	9	9
10	10	10	10	11
11	12	12	13	14

y sobre estos
escoger el
término
intermedio



Así:

5	6	6	7	7
8	8	9	9	9
10	10	10	10	11
11	12	12	13	14

Con las dos cifras seleccionadas se realiza la siguiente operación:

$$Q_1 = \frac{7 + 8}{2} = 7.5$$

De esta forma obtendremos la Q1



Tercer paso. Cálculo del tercer cuartil (Q3), para este caso primero vamos a seleccionamos la segunda mitad de todos los datos.

5	6	6	7	7
8	8	9	9	9
10	10	10	10	11
11	12	12	13	14

$$Q_3 = \frac{11 + 11}{2} = 11$$



Cuarto paso. Cálculo del rango intercuartil, $Rango \text{ intercuartil} = (Q_3 - Q_1)$

$$Q_1 = 7.5$$

$$Rango \text{ intercuartil} = (Q_3 - Q_1)$$

$$Q_3 = 11$$

$$(11 - 7.5) = 3.5$$



Quinto paso. Cálculo de los valores atípicos:

$$\text{Valores atípicos inferiores} = Q_1 - (1.5 \times (Q_3 - Q_1))$$

$$7.5 - (1.5 \times (3.5))$$

$$7.5 - (5.25)$$

$$2.25$$

Los valores menores a 2.25 son Valores Atípicos Inferiores

$$\text{Valores Atípicos Superiores} = Q_3 + (1.5 \times (Q_3 - Q_1))$$

$$11 + (1.5 \times (3.5))$$

$$11 + (5.25)$$

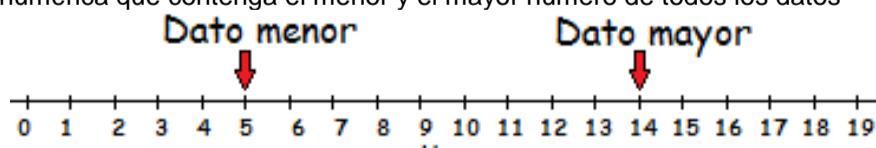
$$16.25$$

Los números mayores a 16.25 se denominan Valores Atípicos Superiores.

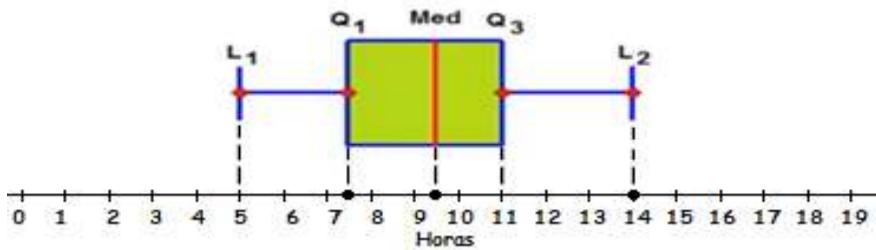


Sexto paso. Elaboración de diagrama de Caja y Bigotes.

Elaborar una recta numérica que contenga el menor y el mayor número de todos los datos



Posteriormente deben ubicar sobre la recta los siguientes valores: L1=5 (dato menor), Q1 = 7.5, mediana = 9.5, Q3= 11 y L2 = 14 (dato mayor). Todos estos valores fueron establecidos en los cálculos anteriores. Los cuales deben ser ubicados de la siguiente forma:



Puede consultar estos videos en You Tube si desea complementar la información.

Diagrama de caja y bigote

<https://www.youtube.com/watch?v=9Gk1uFYe--o>

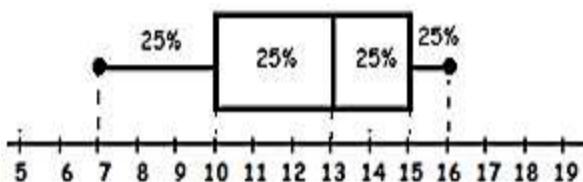
Diagrama de caja y bigotes. Ejemplo

<https://www.youtube.com/watch?v=55BTEFRuYlo>

ACTIVIDAD

En cada uno de los siguientes ejercicios realice los cálculos correspondientes y elabore el diagrama de Caja y Bigote.

1. A partir del siguiente grafico escriba en cada enunciado si es falso o verdadero. En el siguiente diagrama se muestran las edades de varios estudiantes.



- a. La mitad de los estudiantes tiene menos de 13 años.
 b. Todos los estudiantes tienen menos de 17 años.
 c. Al menos el 75% de los estudiantes tiene 10 años.
 d. Hay estudiantes de 6 años.

2. Representa los siguientes datos usando un diagrama de caja.

2 4 6 6 7 8 8 8 9 10 12

3. Erika tira 3 dados y suma los puntajes respectivos. Ella registra dicha suma de puntajes para 15 tiradas. Los puntajes obtenidos en cada tirada se muestran abajo (recordar que cada número corresponde a la suma de los puntajes de los tres dados, por tirada). Representar los datos en un diagrama de caja y bigotes. Encontrar tanto el rango de todos los datos como el rango intercuartil.

9,10,12,13,10,14,8,10,12,6,8,11,12,12,9.

4. Los siguientes datos representan el tiempo que ha estado ingresado cada paciente (en días) para recuperarse de una determinada enfermedad.

8, 20, 27, 30, 32, 35, 36, 40, 40, 40, 40, 41, 42, 45, 47, 50, 52, 61, 89, 108.

5. Realiza los diagramas de caja correspondientes a las edades de estos dos grupos de personas en una misma recta numérica, el diagrama correspondiente al primer grupo de datos debe quedar encima del diagrama del segundo grupo de datos, para que puedan ser representados en la misma recta.

Grupo 1. 36 25 37 24 39 20 36 45 31 31
 39 24 29 23 41 40 33 24 34 40

Grupo 2. 35 38 32 28 30 29 27 19 48 40
 39 24 24 34 26 41 29 48 28 22

Compara los dos diagramas y establezca sus diferencias.



Autoevaluación

1. Desarrollo los ejercicios propuestos en la guía.				
2. Hago las tareas propuestas por el docente a tiempo.				
3. Apunto cuales son mis deberes.				
4. Me pongo a estudiar sin que me lo digan mis padres.				
5. Estudio sin distracciones: televisión y música a alto volumen.				
6. Busco el apoyo de otra persona cuando no entiendo.				
7. Aprovecho el tiempo para cumplir con mis deberes.				
8. Soy respetuoso con mis comentarios.				
9. Me esfuerzo por comprender la información propuesta en la asignatura.				
10. Respondo de forma adecuada los ejercicios de la guía.				
TOTAL				

puntos

puntos

puntos

puntos

TOTAL

Dividido. $\div 10$

NOTA

AUTOEVALUACIÓN

Nombres y apellidos: _____ Asignatura: _____ Grado: _____

COMPONENTE	1P	2P	3P	4P
ACTITUDINAL				
1. Asisto puntualmente a clases				
2. Atiendo las orientaciones y explicaciones del docente				
3. Soy responsable con mis obligaciones académicas, entrego trabajos y tareas a tiempo				
7. Soy respetuoso(a) con el docente y mis compañeros				
8. Porta correctamente el uniforme, incluida mi presentación personal.				
6. Demuestro interés por las actividades propuestas				
7. Cuando siento desinterés o desmotivación hablo con el docente para expresar dicha situación y hago aportes para hacerlas más motivantes e interesantes				
CONCEPTUAL				
8. Comprendo los contenidos y procedimientos estudiados en clase durante este periodo				
9. Cuando no comprendo los contenidos y procedimientos pido explicación al docente				
10. Hago aportes pertinentes y oportunos en clase				
11. Expreso mis puntos de vista con claridad				
12. Utilizo el conocimiento adquirido en la solución de problemas relacionados con la temática.				
PROCEDIMENTAL				
13. Desarrollo los trabajos, talleres y demás actividades asignadas en clase				
14. Realizo actividades extra clase (tareas, consultas, ejercicios entre otros)				
15. Utilizo libros e internet para aclarar y/o complementar los temas vistos en clase				
16. Asumo con responsabilidad el trabajo en equipo sin recargarme en mis compañeros				
17. Traigo a clase el material extra (cartulina, marcadores, colores, material para prácticas, kit de geometría, entre otros) solicitado por el/la docente				
18. Presento mis trabajos de acuerdo a los criterios establecidos con el docente				

• **El proceso de valoración es el siguiente:**

Para interpretar la plantilla de autoevaluación se presentan a continuación los criterios con sus respectivas valoraciones (estos pueden ser ajustados según características de cada nivel o área):

CRITERIO	VALORACIÓN
Siempre	5
Casi siempre	4
Algunas veces	3
Pocas veces	2

Una vez diligenciado el formato el estudiante procede a calcular el promedio.

Valoración obtenida: _____

COEVALUACIÓN

Nombres y apellidos: _____ Asignatura: _____ Grado: _____

COMPONENTE		1P	2P	3P	4P
1	Se integra a un equipo de trabajo en el desarrollo de las actividades planteadas				
2	Participa activamente en el equipo de trabajo aportando criterios de solución a la actividad planteada				
3	Tiene una actitud de respeto y tolerancia con los demás integrantes del equipo				
4	Entrega el producto de la actividad con los criterios establecidos para su elaboración o realización				
5	Entrega oportunamente el producto de la actividad asignada				
6	Entrega el reporte de la reflexión sobre el proceso de aprendizaje				

- **El proceso de valoración es el siguiente:**

Para interpretar la plantilla de coevaluación se presentan a continuación los criterios con sus respectivas valoraciones (estos pueden ser ajustados según características de cada nivel o área):

CRITERIO	VALORACIÓN
Siempre	5
Casi siempre	4
Algunas veces	3
Pocas veces	2

Una vez diligenciado el formato el estudiante procede a calcular el promedio.

Valoración obtenida: _____